همانگونه که ملاحظه می‌گردد با وجود فیدبک دینامیکی فضای حالت جدیدی بدست آمده است که ماتریس جدید سیستم A_{cl} نام دارد.

$$A_{cl}=\begin{bmatrix} A-BEC & -BH \\ GC & F \end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{[\hat{A}]_{(n+r)(n+r)}}-\underbrace{\begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}}_{[\hat{B}]_{(n+r)\times(m+r)}}\begin{bmatrix} E & H \\ G & F \end{bmatrix}\underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{[\hat{C}]}$$

بنابراین داریم

$$A_{cl}=\hat{A}-\hat{B}\begin{bmatrix} E & H \\ G & F \end{bmatrix}\hat{C}$$

ساختار فوق را می‌توان به شکل زیر نوشت

$$A_{cl}=\hat{A}-\hat{B}K\hat{C}$$

که $K \triangleq \begin{bmatrix} E & H \\ G & F \end{bmatrix}$

همانگونه که ملاحظه می‌گردد ساختار A_{cl} دقیقاً شبیه به یک سیستم حلقه بسته با فیدبک خروجی و با ضرایب ثابت (K) می باشد.

البته باید توجه داشت که سیستم به صورت افزوده (افزایش متغیرهای حالت از n متغیر به $n+r$ متغیر) درآمده است. اگر مجموعه متغیرهای حالت را $\hat{x}$ بنامیم که

$$\hat{x}=\begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix}$$

می‌توان نوشت (برای سیستم حلقه باز افزوده)

$$\dot{\hat{x}}=\hat{A}\hat{x}+\hat{B}\hat{u}$$
$$\hat{y}=\hat{C}\hat{x}$$

و برای سیستم با فیدبک خروجی K

$$\hat{u}=K\hat{y}$$
$$\dot{\hat{x}}=\hat{A}\hat{x}-\hat{B}K\hat{C}\hat{x} \Rightarrow \dot{\hat{x}}=(\hat{A}-\hat{B}K\hat{C})$$

$$\hat{u}=\begin{bmatrix} E & H \\ G & F \end{bmatrix}\hat{y}$$

ملاحظه می‌گردد که سیستم افزوده دارای بُعد $n+r$ بوده و ورودی های آن به $m+r$ افزایش یافته است. حال اگر بخواهیم طبق بحث قبلی (که $2m>n$ بود) عمل نمائیم. باید رابطهٔ زیر برقرار باشد.

$$2(m+r) > n+r$$

یا ←

$$r > n-2m$$

پس باید تعداد متغیرهای حالت عامل $K(s)$ به گونه‌ای انتخاب گردد که تعداد آن‌ها از $n-2m$ بزرگتر باشد.

با فرض برقراری رابطه فوق می‌توان جهت جابجایی صفرهای انتقال از روش بخش قبل بهره برد. بدین ترتیب که بایستی معکوس $K(s)$ را یافته و در مسیر پیش‌خور با تابع تبدیل اصلی سیستم جمع شود.

معکوس $K(s)$

فضای حالت مربوط به $K(s)$ به صورت روبروست

$$\dot{z} = Fz + Gy$$
$$u = Hz + Ey$$

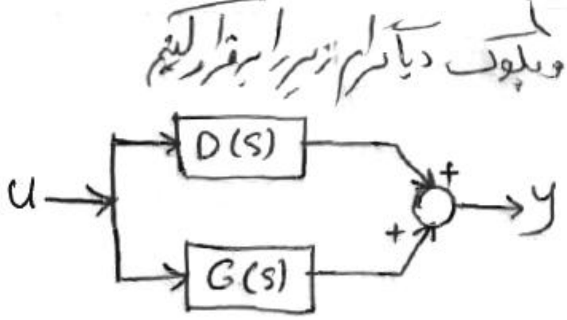
که y : ورودی و u : خروجی

$$\rightarrow \boxed{y = E^{-1}u - E^{-1}Hz} \longrightarrow \dot{z} = Fz + GE^{-1}u - GE^{-1}Hz$$

$$\begin{cases} \dot{z} = (F - GE^{-1}H)z + GE^{-1}u \\ y = -E^{-1}Hz + E^{-1}u \end{cases}$$

u : ورودی جدید
y : خروجی جدید

اگر معکوس $K(s)$ را با $D(s)$ نشان دهیم و بلوک دیاگرام زیر را برقرار کنیم



فضای حالت سیستم جدید

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & F-GE^{-1}H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ GE^{-1} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} C & -E^{-1}H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + E^{-1}u$$

تشکیل ماتریس رزنبراک و تعیین صفرهای انتقال

$$M(s) = \left[\begin{array}{cc|c} SI_n-A & 0 & B \\ 0 & SI_r-F+GE^{-1}H & GE^{-1} \\ \hline -C & E^{-1}H & E^{-1} \end{array}\right]$$

رتبه ماتریس فوق را حساب می‌کنیم

$$\rho\left[\begin{array}{cc|c} SI_n-A & 0 & B \\ 0 & SI_r-F+GE^{-1}H & GE^{-1} \\ \hline -C & E^{-1}H & E^{-1} \end{array}\right] \xrightarrow[\text{G برابر سطر سوم با سطر دوم جمع شود}]{\text{استفاده از عملیات مقدماتی}} = \rho\begin{bmatrix} SI_n-A & -BH & B \\ GC & SI_r-F & 0 \\ -C & 0 & E^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[\text{در E ضرب گردد}]{\text{سطر سوم از چپ}} = \rho\begin{bmatrix} SI_n-A & -BH & B \\ GC & SI_r-F & 0 \\ -EC & 0 & I_m \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{از سطر اول کم گردد}]{\text{B برابر سطر سوم}}$$

$$= \rho\left[\begin{array}{cc|c} SI_n-A+BEC & -BH & 0 \\ GC & SI_r-F & 0 \\ \hline -EC & 0 & I_m \end{array}\right] = \rho\begin{bmatrix} SI-A+BEC & -BH \\ GC & SI-F \end{bmatrix} + m$$

با توجه به تعریف صفر انتقال، آن s هایی هستند که موجب کاهش رتبه در $G(s)$ یا $M(s)$ می گردند

بنابراین می توان گفت صفرهای انتقال می توانند آن دسته از s هایی باشند که موجب صفر شدن دترمینان ماتریس مقابل می گردند

$$\begin{bmatrix} SI-A+BEC & -BH \\ GC & SI-F \end{bmatrix}$$

و یا به عبارتی صفرهای انتقال، مقادیر ویژه ماتریس زیر هستند

$$\begin{bmatrix} A-BEC & BH \\ -GC & F \end{bmatrix}$$

این ماتریس همان ماتریس A_{cl} است.

بنابراین می توان گفت که اگر برای سیستم افزوده شده بتوان یک فیدبک طراحی کرد که در آن E دارای رتبه کامل باشد آنگاه سیستم معکوس جبران ساز دینامیکی قابل بدست آمدن می باشد.
و درنهایت با این سیستم معکوس می توان کلیه صفرهای انتقال سیستم افزوده را در مکان های مطلوب جایابی کرد. نتیجه کار در قضیه زیر خلاصه شده است.

قضیه:

برای یک سیستم مفروض با فضای حالت (A,B,C) با n حالت، m ورودی و m خروجی که $n>2m$ است. تقریباً همواره می توان یک جبران ساز دینامیکی پیشخور مرتبه ی r با $r>n-2m$ چنان طراحی کرد که کلیه صفرهای انتقال سیستم اصلی افزوده شده در مکان های مطلوب قرار گیرند

مثال: سیستم SISO مقابل را در نظر بگیرید.

$$g(s)=\frac{5s^2-9s-5}{s^3-8s^2+14s-5}$$

صفرهای این سیستم در ۲٫۲۴۵ و ۰٫۴۴۵۴- قرار دارند.

قطب های این سیستم عبارتند از $s=0{,}482$ $s=1{,}822$ $s=5{,}694$

یک تحقق می‌نیمال از $g(s)$ عبارت است از

$$A=\begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۲ & ۱ \\ ۳ & ۱ & ۴ \end{bmatrix} \quad b=\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} \quad c=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$$

از آن‌جاییکه $n>۲m$ است لذا یک جبران‌ساز دینامیکی پیش‌خور با مرتبه‌ی $r=۲>n-۲m$ برای جابابی صفر آن لازم است. می‌توان نشان داد که برای مجموعه‌ی قطب‌های مطلوب $\{-۰/۵,-۱,-۱/۵,-۲,-۲/۵\}$، معکوس جبران‌ساز دینامیکی عبارت است از

$$\dot{\mathbf{z}}(t)=\begin{bmatrix} -۶/۳۵۵ & ۳/۷۲۹ \\ -۱۹/۲۸۸ & ۱۱/۰۱۹ \end{bmatrix}\mathbf{z}(t)+\begin{bmatrix} ۳/۴۴۲ \\ ۱۲/۴۷۹ \end{bmatrix}u(t)$$

$$\mathbf{y}(t)=\begin{bmatrix} ۰/۴۴۶ & -۰/۰۴۵۲۶ \end{bmatrix}\mathbf{z}(t)+\begin{bmatrix} ۰/۰۴۳۸ \end{bmatrix}u(t)$$

تابع تبدیل سیستم افزوده شده (سیستم اصلی با جبران‌ساز پیش‌خور) عبارت است از

$$\hat{g}(s)=\frac{۰/۰۴۴s^{۵}+۰/۳۲۸s^{۴}+۰/۹۳s^{۳}+۱/۲۳s^{۲}+۰/۷۴۹s+۰/۱۶۹}{s^{۵}-۱۲/۶۶s^{۴}+۵۳/۲۱s^{۳}-۸۵/۵s^{۲}+۴۹/۹۳s-۹/۵۰۴}$$

که صفرهای انتقال آن در مکان‌های مطلوب قرار گرفته‌اند. توجه کنید که اگر سیستم یا جبران‌ساز ناپایدار باشند، سیستم افزوده شده نیز ناپایدار خواهد بود.