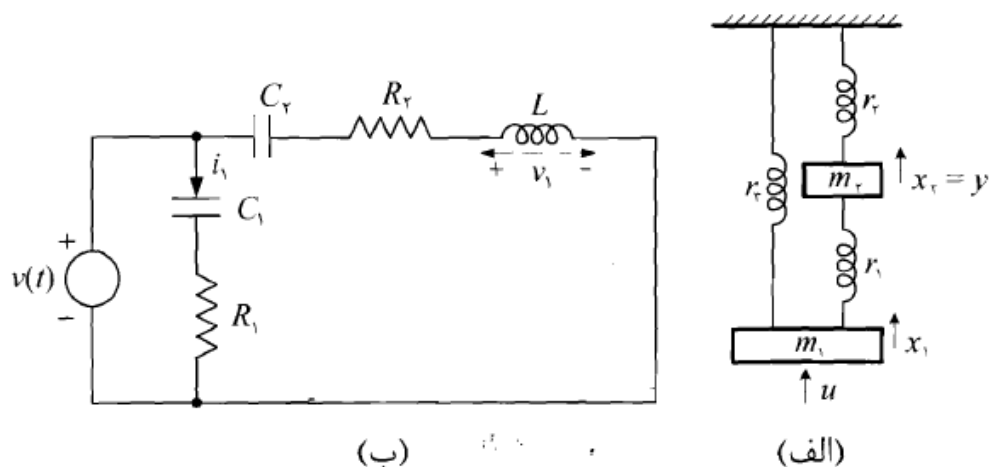


۱-۲ سیستم های فیزیکی نشان داده شده در شکل ۳-۲ (الف) و (ب) را در نظر بگیرید.



شکل ۳-۲ سیستم های فیزیکی مسأله ۱-۲

ماتریس سیستم روزنبراک و نمایش فضای حالت را برای سیستم های داده شده در شکل ۳-۲ (الف) و (ب) به دست آورید. در شکل ۳-۲ (ب) v_1 و i_1 خروجی های سیستم هستند.

۲-۲ معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستمی عبارتند از

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_1}{dt} + \frac{d^2\xi_r}{dt^2} + \frac{d^2\xi_r}{dt^2} &= \xi_1 + \xi_r \\ \frac{d^2\xi_r}{dt^2} &= \xi_r + u_1 \\ \frac{d\xi_r}{dt} &= \xi_r + u_r \\ y_1 &= \xi_1 \\ y_r &= \xi_r \end{aligned}$$

ماتریس سیستم روزنبراک را به دست آورید و مرتبه‌ی سیستم را تعیین کنید.
شرایط اولیه صفر فرض شده است.

۳-۲) توابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{(s+1)^2} & \frac{s}{(s+2)^2} \\ \frac{-s}{s+2} & \frac{s}{(s+2)^2} \end{bmatrix} \quad (\text{الف})$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} (s+1)(s+2) & \frac{(s+1)^2}{s+2} \\ -\frac{s+2}{(s+1)^2} & \frac{-1}{s+2} \end{bmatrix} \quad (\text{ب})$$

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s^2(s+1)} & \frac{s+2}{(s+1)^2} \\ \frac{s+1}{(s+2)^2} & \frac{s}{(s+2)^2} \end{bmatrix} \quad (\text{ج})$$

برای توابع تبدیل داده شده دو MFD با مرتبه‌های مختلف بنویسید و می‌نیمال بودن آن‌ها را بررسی کنید. پس از آن یک MFD می‌نیمال برای آن‌ها به دست آورید.

۴-۲) نشان دهید که اگر $[D_R^T(s) \ N_R^T(s)]^T$ رتبه ستونی کامل داشته باشد، آن‌گاه کلیه بزرگ‌ترین مقسوم علیه‌های راست مشترک $D_R(s)$ و $N_R(s)$ باید ناویژه باشند و تنها توسط فاکتورهای چپ تک مدولی با هم اختلاف خواهند داشت.

۵-۲. مسئله ۴-۲ را برای بزرگ‌ترین مقسوم علیه‌های چپ مشترک بیان کرده و اثبات کنید.

۶-۲. نشان دهید که $D(s)$ و $N(s)$ نسبت به هم از طرف راست اول خواهند بود، اگر و فقط اگر رتبه $[D^T(s) \ N^T(s)]^T$ برای کلیه s کامل باشد.

۷-۲. مسئله ۶-۲ را برای حالت از طرف چپ نسبت به هم اول بیان کرده و اثبات کنید.

۸-۲. ماتریس‌های چندجمله‌ای زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{bmatrix} s & 0 \\ -s & s^2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -(s+1)^2(s+2) \\ (s+2)^2 & s+2 \end{bmatrix} \quad (\text{الف})$$

$$\begin{bmatrix} s & s \\ -s(s+1)^2 & -s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} (s+1)^2(s+2)^2 & 0 \\ 0 & (s+2)^2 \end{bmatrix} \quad (\text{ب})$$

$$\begin{bmatrix} 2s+1 & s^2+1 \\ (s+1)^2 & s^2+2s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2s^2+3s+5 & s^2+4s+1 \\ 2s^2+5s-1 & s^2+s-1 \end{bmatrix} \quad (\text{ج})$$

نسبت به هم اول بودن این ماتریس‌ها را بررسی کنید و در صورتی که نسبت به هم اول نباشند، مقسوم علیه مشترک آن‌ها را تعیین کنید.