

۳-۵ جمع‌بندی

این فصل به موضوع مهم قطب‌ها و صفرها در سیستم‌های چندمتغیره پرداخته است. نشان داده شده است که تعمیم ایده‌های قطب‌ها و صفرها از سیستم‌های اسکالر به سیستم‌های چندمتغیره ساده نیست. موضوع قطب‌ها در چارچوب‌های نمایش فضای حالت، ماتریس سیستم و ماتریس تابع تبدیل بررسی شده است. صورت بسیار مهم و کاربردی اسمیث مک‌میلان برای معرفی قطب‌های سیستم ارائه شده است. نوع سیستم چندمتغیره مشخصه ردیابی سیگنال مرجع برداری را توسط بردار خروجی روشن می‌سازد. تعاریفی که برای نوع سیستم چندمتغیره است، ارائه شده است.

مسئله صفرهای چندمتغیره کمی پیچیده‌تر است. ابتدا خواص صفرها بررسی شده‌اند و سپس تعاریف مختلفی که برای صفرهای سیستم‌های چندمتغیره ارائه شده است، آورده شده‌اند. در این میان، صفرهای انتقال معرفی شده‌اند و روش‌هایی برای محاسبه آن‌ها به ویژه از طریق نمایش اسمیث مک‌میلان آورده شده است. سرانجام، به مسئله جایابی صفرهای انتقال در سیستم‌های چندمتغیره پرداخته شده است و ضمن ارائه قضایایی در این رابطه، دو روش جایابی صفر انتقال ارائه شده است.

مسائل

۳-۱ ماتریس‌های سیستم زیر را در نظر بگیرید

$$P_1(s) = \left[\begin{array}{cc|c} s+1 & s^2 & s \\ \hline 0 & s+1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \end{array} \right]^{-1}, \quad P_2(s) = \left[\begin{array}{cc|c} s+1 & 2s^2-1 & s \\ \hline 0 & s+1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

(الف) با استفاده از عملیات اکیدا معادل بودن سیستمی ماتریس‌های سیستم بالا

را به صورت فضای حالت تبدیل کنید.

(ب) قطب‌ها و صفرهای سیستم‌ها را تعیین کنید.

۳-۲ ماتریس‌های تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید

$$G_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+1}{s^2+1} & \frac{1}{s+2} \\ \frac{1}{s} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}, \quad G_r(s) = \begin{bmatrix} \frac{s-1}{s+1} & 0 & \frac{s-1}{(s+1)(s+2)} \\ -1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_r(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+1}{s+4} & \frac{s}{s+3} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{s} & \frac{s+1}{s+2} & \frac{1}{s+3} \\ \frac{1}{s} & \frac{s+1}{s+2} & \frac{1}{s+3} \end{bmatrix}, \quad G_r(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{2}{s+2} \\ \frac{s}{s^2+3} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

با استفاده از صورت اسمیت-مک میلان و قاعده‌ی چندجمله‌ای قطب و صفر، قطب‌ها و صفرهای سیستم‌های بالا را تعیین کنید.

۳-۳ ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید

$$G_1(s) = \frac{1}{(s+2)^2} \begin{bmatrix} s+1 & s+3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(الف) قطب و صفرهای سیستم را تعیین کنید.

(ب) اگر ورودی سومی با مشخصه زیر به سیستم اضافه کنیم

$$\frac{-1}{(s+2)^2} \begin{bmatrix} s+6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

رفتار صفرهای سیستم غیر مربعی به دست آمده را بررسی کنید.

۴-۳ سیستم زیر را در نظر بگیرید

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & c \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t), \quad c \in \mathbb{R}$$

متغیره پرداخته است. سیستم‌های اسکالر به نمایش فضای حالت بسیار مهم و ساده است. نوع سیستم در خروجی روشن است.

در این صفرها بررسی چندمتغیره ارائه شده است. روش‌هایی برای ساده‌سازی سرانجام، به سادگی است و ضمن

$$P_1(s) = \begin{bmatrix} s - \\ \dots \end{bmatrix}$$

های سیستم بالا

(الف) صفرهای انتقال سیستم را به دست آورید.

(ب) آیا می‌توان صفرهای انتقال سیستم را در ۱- جایابی کرد؟

۵-۳ ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \begin{bmatrix} s-a & 1 \\ (a+2)^2 & s-a \end{bmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

(الف) قطب‌های سیستم را به دست آورید.

(ب) صفرهای عنصر و صفرهای انتقال سیستم را به دست آورید. به ازاء چه

مقادیری از a سیستم غیر می‌نیم‌فاز است؟

(ج) با بررسی جهت صفر خروجی، کنترل سیستم را در حالت غیر می‌نیم‌فاز تحلیل کنید.

۶-۳ برای تابع تبدیل داده شده در زیر تعداد صفرهای انتقال محدود و نامحدود را بدون محاسبه مستقیم آن‌ها تعیین کنید.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{2}{s+2} \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

۷-۳ ماتریس تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{3}{s+3} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

(الف) مشخصه‌های حلقه باز سیستم را تحلیل کنید و با بررسی جهت صفر

خروجی آن تعیین کنید که کنترل کدام خروجی دشوارتر است.

(ب) صفرهای سیستم را در ۲- جایابی کنید.

۸-۳ ماتریس‌های تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید

$$G_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{s}{s+2} & \frac{1}{s(s+2)} \end{bmatrix}, \quad G_2(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s(s+1)} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

(الف) نوع سیستم‌ها را تعیین کنید.

(ب) پاسخ سیستم‌ها را با بررسی‌های شبیه‌سازی مناسب تحلیل کنید.

کرد؟

$G(s) =$

ست آورید. به ازاء چه

حالت غیر می‌نیم‌فاز

محدود و نامحدود را

- بررسی جهت صفر

شیرتر است.