ارزیابی عملکرد کنترل کننده ها بر پایه ایده حداقل واریانس

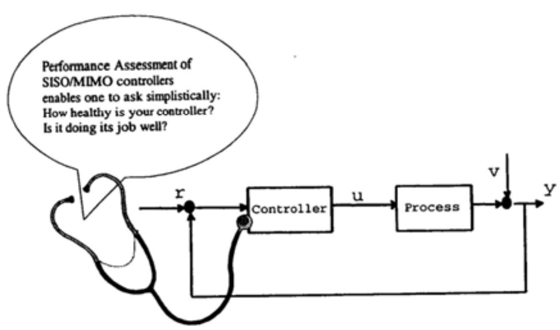
(Controller Performance Assessment using the MV Concept)

علی خاکی صدیق

گروه کنترل- آبان ۱۳۸۹

■ مقدمه

- بیشتر توجه مهندسان و محققین کنترل به روشهای پیشرفته طراحی معطوف است. یک پرسش اساسی ارزیابی عملکرد سیستم های کنترلی در حین کار است. این موضوع از اواخر دهه ۱۹۸۰ به بعد مورد توجه جدی قرار گرفته است.
- توصیف ساده ای از مساله ارزیابی عملکرد سیستم کنترلی:



- معیارهای فراوانی در دو دهه گذشته برای ارزیابی عملکرد پیشنهاد شده اند. زیرا ارزیابی کارایی ده ها یا صدها حلقه کنترلی حین کار از توان مهندسان کنترل در واحدهای صنعتی خارج است.
- روش های ارزیابی نباید در عملکرد و کار طبیعی سیستم اخلال ایجاد نمایند. این روش ها بایستی تنها از داده های در دسترس حلقه بسته استفاده نمایند.
- یکی از ساده ترین و کاربردی ترین روشها توسط Harris در سال ۱۹۸۹ بر پایه کنترل حداقل واریانس پایه ریزی شده است.
- کنترل حداقل واریانس بهترین عملکردی است که یک سیستم حلقه بسته می تواند به آن دست پیدا کند. در مقابل محدودیت های جدی برای پیاده سازی آن وجود دارد.
- در روش پیشنهادی نیازی به پیاده سازی کنترل حداقل واریانس نیست.

یک مشاهده کلیدی Harris(1989):

- برای سیستمی با تاخیر *d* بخشی از واریانس خروجی که می توانند از داده های عملکردی سیستم با تخمین به دست آیند، تغییر ناپذیر کنترل فیدبک یا feedback control invariant است. این بخش کنترل حداقل واریانس است.
- داده خروجی حلقه بسته را به صورت فرایند MA زیر مدلسازی کنید:

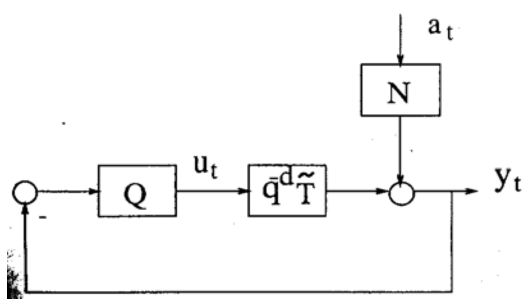
$$y(t) = \underbrace{f_0 e(t) + f_1 e(t-1) + \cdots + f_{d-1} e(t-d+1)}_{\bar{e}(t)} + f_d e(t-d) + f_{d+1} e(t-d-1) + \cdots$$

where $e(t)$ is a white noise sequence and $\bar{e}(t)$ is the portion of MV control output independent of feed back control.

$\bar{e}(t)$:

نکته مهم آن است که این بخش از می نیمم واریانس را می توان از تحلیل سری زمانی و داده های حلقه بسته محاسبه کرد. و از آن می توان برای محکی برای کران پایین واریانس قابل حصول خروجی استفاده کرد. هر چند که ممکن است نتوان در عمل به هر دلیلی به آن دست پیدا کرد.

- سیستم حلقه بسته:



$$y(t) = \frac{N}{1 + q^{-d}\tilde{T}Q} e(t)$$

we have

$$N = \underbrace{f_0 + f_1 q^{-1} + \cdots + f_{d-1} q^{-d+1}}_{\text{Resulting from the division}} + Rq^{-d}$$

Remaining rational, proper transfer function

بازنویسی معادله سیستم حلقه بسته می دهد:

$$y(t)=\frac{F+q^{-d}R}{1+q^{-d}\tilde{T}Q}e(t)=\left[F+\frac{R-F\tilde{T}Q}{1+q^{-d}\tilde{T}Q}q^{-d}\right]e(t)=Fe(t)+Le(t-d)$$

wehre

$$L=\frac{R-F\tilde{T}Q}{1+q^{-d}\tilde{T}Q}\rightarrow \text{A proper transfer function}$$

$$\Rightarrow \operatorname{var}\left(y(t)\right)=\operatorname{var}\left(Fe(t)\right)+\operatorname{var}\left(Le(t-d)\right)$$

$$\Rightarrow \operatorname{var}\left(y(t)\right)\geq \operatorname{var}\left(Fe(t)\right)$$

the inequality hold if:

$$R-F\tilde{T}Q=0$$

$$\Rightarrow Q=\frac{R}{F\tilde{T}}$$

The MV control law

توجه کنید که:

F is independent of controller transfer function Q

$\Rightarrow Fe(t)$ is the process output under MV control and is feedback control invariant

نتیجه گیری مهم: اگر خروجی فرآیند پایدار را با یک MA بینهایت مدل کنیم، اولین d عبارت آن تخمینی از عبارت حداقل واریانس است.

■ **الگوریتم FCOR برای فرآیندهای SISO:**

• بازنویسی خروجی فرآیند پایدار حلقه بسته به صورت فرایند MA:

$$y(t) = \left(f_0 q + f_1 q^{-1} + \cdots + f_{d-1} q^{-d+1} + f_d q^{-d} + \cdots \right) e(t)$$

$\rightarrow$ Multiply by $e(t), e(t-1), \cdots, e(t-d+1)$ respectively,
and taking expectation:

$$r_{ye}(0) = E\left[y(t)e(t)\right] = f_0 \sigma_e^2$$
$$r_{ye}(1) = E\left[y(t)e(t-1)\right] = f_1 \sigma_e^2$$
$$\vdots$$
$$r_{ye}(d-1) = E\left[y(t)e(t-d+1)\right] = f_{d-1} \sigma_e^2$$

• بنابراین حداقل واریانس یا بخش تغییرناپذیر واریانس خروجی چنین است:

$$\sigma_{mv}^2 = \left(f_0^2 + f_1^2 + \cdots + f_{d-1}^2 \right) \sigma_e^2$$
$$= \left[\left(\frac{r_{ye}(0)}{\sigma_e^2} \right)^2 + \left(\frac{r_{ye}(1)}{\sigma_e^2} \right)^2 + \left(\frac{r_{ye}(2)}{\sigma_e^2} \right)^2 + \cdots + \left(\frac{r_{ye}(d-1)}{\sigma_e^2} \right)^2 \right] \sigma_e^2$$
$$= \left[r_{ye}^2(0) + r_{ye}^2(1) + r_{ye}^2(2) + \cdots + r_{ye}^2(d-1) \right] / \sigma_e^2$$

اکنون شاخص عملکرد کنترل را به صورت زیر تعریف کنید:

$$\eta(d) \triangleq \frac{\sigma_{mv}^2}{\sigma_y^2}$$

$$\eta(d) \triangleq \frac{\sigma_{mv}^2}{\sigma_y^2} \longrightarrow \text{Harris شاخص}$$

$$0 \le \eta(d) \le 1$$

$$\eta(d) = \left[r_{ye}^2(0) + r_{ye}^2(1) + r_{ye}^2(2) + \cdots + r_{ye}^2(d-1) \right] / \sigma_y^2 \sigma_e^2$$

$$= \rho_{ye}^2(0) + \rho_{ye}^2(1) + \rho_{ye}^2(2) + \cdots + \rho_{ye}^2(d-1) \triangleq ZZ^T$$

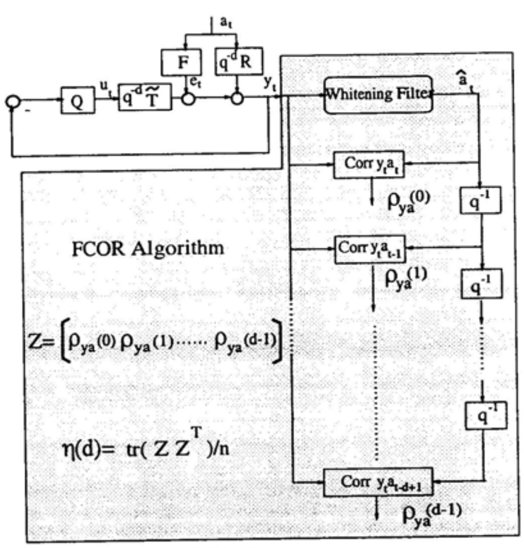
where $Z =$ cross-correlation coefficient vector between

O/P and noise for lags from 0 to d -1

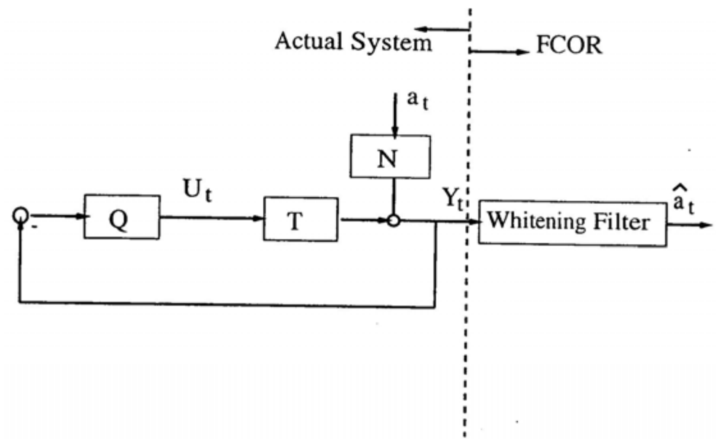
$$\hat{\eta}(d) = \hat{\rho}_{ye}^2(0) + \hat{\rho}_{ye}^2(1) + \hat{\rho}_{ye}^2(2) + \cdots + \hat{\rho}_{ye}^2(d-1) \triangleq \hat{Z}\hat{Z}^T$$

where $\hat{\rho}_{ye}^2(k) = \dfrac{\frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M} y(t)e(t)}{\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M} y^2(t) \frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M} e^2(t)}} \rightarrow e(t) = ?$

▪ دیاگرام شماتیک الگوریتم FCOR برای فرآیندهای SISO:



• فیلترکردن یا سفید سازی:



• مرجع

I. Performance Assessment of Control Loops, B Huang, S L Shah, Advances in Industrial Control, Springer, 1999.