

رگلا تورهای خودتنظیم پیش بین (Predictive STR)

علی خاکی صدیق
گروه کنترل - آبان ۱۳۸۵

1

❖ مقدمه

- تاریخچه کنترل پیش بین

- ✓ تئوری کنترل بهینه (اواخر دهه ۵۰)
- ✓ کامپیوترهای دیجیتال (دهه ۶۰)
- ✓ تخمین و پیش بینی (دهه ۶۰)
- ✓ روش مینیمم واریانس (۱۹۷۰)
- ✓ روش کنترل پیش بین (۱۹۷۶)

2

- ✓ توسعه الگوریتم‌های مختلف کنترل پیش‌بین (اوایل دهه ۸۰)
- ✓ پایداری و مقاومت در سیستم‌های کنترل پیش‌بین (دهه ۸۰ و ۹۰)
- ✓ روش‌های پیشرفته در طراحی سیستم‌های کنترل پیش‌بین (اواسط دهه ۹۰)
- ✓ کاربردهای صنعتی

3

• چند نکته:

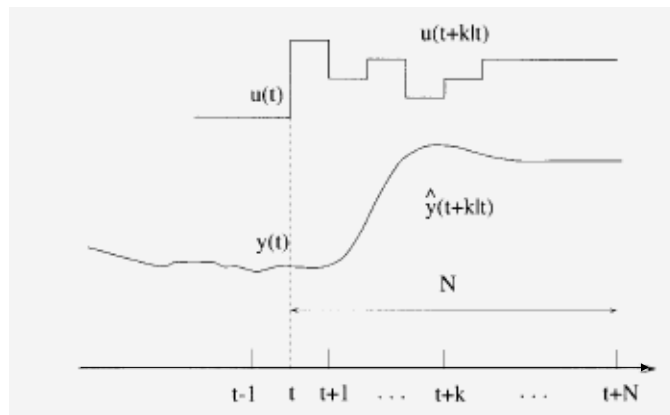
- ✓ کنترل پیش بین چه مسائلی را حل می کند؟
- ✓ مبانی ریاضی کنترل پیش بین
- ✓ پیش بین های **اسمیث** - اولین حل مساله تاخیر
- ✓ پیش بین های فضای حالت: **فیلترهای کالمن**
- ✓ پیش بینی از:
- **مدل های فضای حالت یا تابع تبدیل**
- **سری های زمانی**

4

❖ راهکار کنترل پیش‌بین

- ✓ استفاده از یک مدل صریح از سیستم جهت پیش‌بینی خروجی آینده فرآیند
- ✓ کمینه کردن یک تابع هدف مربعی، جهت ایجاد سیگنال کنترل
- ✓ ادامه استراتژی و به دست آوردن سیگنال کنترل بهینه در هر لحظه

5



راهکار کنترل پیش بین

6

• مزایای کنترل پیش‌بین

- ✓ برخورد روشمند با قیود و در نظر گرفتن آنها در حین طراحی کنترل کننده
- ✓ ساده و قابل فهم بودن روش
- ✓ قابلیت تعمیم به حالت چند متغیره بدون تغییر زیاد
- ✓ قابل اعمال به دسته وسیعی از فرآیندها مانند سیستم های تاخیردار، غیرمینیمم فاز و ناپایدار
- ✓ تنظیم ساده پارامترها

7

• معایب کنترل پیش‌بین

- ✓ لزوم استفاده از یک مدل مناسب و صریح از فرآیند
- ✓ وجود محاسبات پیچیده در حل مسایل بهینه‌سازی
- ✓ اثبات پایداری

8

• روشهای کنترل پیش‌بین

✓ الگوریتم‌های مختلف کنترل پیش‌بین تنها از نظر موارد زیر با یکدیگر تفاوت دارند:

- مدلی که جایگزین فرآیند مورد نظر شود
- مدلی که جایگزین نویز گردد
- تابع هزینه‌ای که باید کمینه گردد

9

✓ مدل فرآیند

- مدل پاسخ ضربه
- مدل پاسخ پله
- مدل تابع تبدیل
- مدل فضای حالت

✓ مدل اغتشاش

- اغتشاش ثابت
- مدل تابع تبدیل

✓ معیار عملکرد

- تابع هزینه تک پله ای
- تابع هزینه چند پله ای

10

❖ کنترل کننده‌های حداقل خطای پیش‌بین

- ✓ کنترل پیش‌بین با تابع هزینه **تک پله ای**
- ✓ **مدل:** پیش‌بینی خروجی آینده بر اساس خروجی‌های گذشته و ورودی‌های حال
- ✓ **کنترل:** آوردن خروجی در زمان آینده به یک مقدار مطلوب
- ✓ **مسئله:** چه کنترلی در زمان حال پاسخ سیستم در T ثانیه بعد را به مقدار مطلوب می‌رساند؟

مدل سیستم:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + A_1q^{-1} + \dots + A_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = q^{-d}(B_0 + B_1q^{-1} + \dots + B_{n_1}q^{-n_1}) = q^{-d}B'(q^{-1})$$

11

لم خروجی سیستم در $t+d$ را می‌توان به صورت پیش‌بین زیر بیان کرد:

$$y(t+d) = \alpha(q^{-1})y(t) + \beta(q^{-1})u(t)$$

$$\alpha(q^{-1}) = \alpha_0 + \alpha_1q^{-1} + \dots + \alpha_{n-1}q^{-(n-1)} = G(q^{-1})$$

$$\beta(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1q^{-1} + \dots + \beta_{n_1+d-1}q^{-(n_1+d-1)} = F(q^{-1})B'(q^{-1})$$

و رابطه مهم زیر برقرار است:

$$1 = F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1})$$

12

که در آن:

$$F(q^{-1}) = 1 + F_1 q^{-1} + \dots + F_{d-1} q^{-(d-1)}$$

$$G(q^{-1}) = G_0 + G_1 q^{-1} + \dots + G_{n-1} q^{-(n-1)}$$

و ضرایب این چند جمله ایها به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$F_0 = 1$$

$$F_i = -\sum_{j=0}^{i-1} F_j A_{i-j}, i = 1, \dots, d-1$$

$$G_i = -\sum_{j=0}^{d-1} F_j A_{i+d-j}, i = 1, \dots, n-1$$

برای $n+1$ و بالاتر ضرایب

صفر اند

13

• کنترل پیشبین یک مرحله جلو سیستم های SISO (One Step-Ahead Predictive Control)

✓ هدف: رساندن خروجی به مقدار مطلوب در یک مرحله

✓ تابع هزینه:

$$J_1(t+d) = \frac{1}{2} (y(t+d) - y_d(t+d))^2$$

✓ کنترل در تابع هزینه وارد نشده است

✓ مقایسه با کنترل Dead Beat

✓ می نیمم سازی تابع هزینه می دهد:

14

• قضیه (کنترل پیش‌بین یک مرحله جلو)

سیستم توصیف شده با مدل ورودی-خروجی داده شده را در نظر بگیرید. آنگاه (الف) قانون کنترل فیدبک زیر

$$\beta(q^{-1})u(t) = y_d(t+d) - \alpha(q^{-1})y(t), \quad t \geq 0$$

خروجی را به مقدار مطلوب می‌رساند

(ب) سیستم حلقه بسته به صورت زیر توصیف می‌گردد:

$$y(t) = y_d(t), \quad t \geq d \quad (1)$$

$$B(q^{-1})u(t) = A(q^{-1})y_d(t), \quad t \geq d+n \quad (2)$$

15

(ج) سیستم حلقه بسته پایدار BIBO است اگر

(I) کلیه مودهای مدل معکوس (2) در داخل دایره یا به روی دایره واحد قرار دارند.

(II) کلیه مودهای کنترل‌پذیر مدل معکوس (2) کاملاً در داخل دایره واحد قرار دارند.

(III) هر مودی از مدل معکوس (2) که بر روی دایره واحد قرار دارند بلوک جردنی به اندازه یک دارد.

16

✓ یک مثال عددی

✓ مثال سیستم مینیمم فاز و پایدار

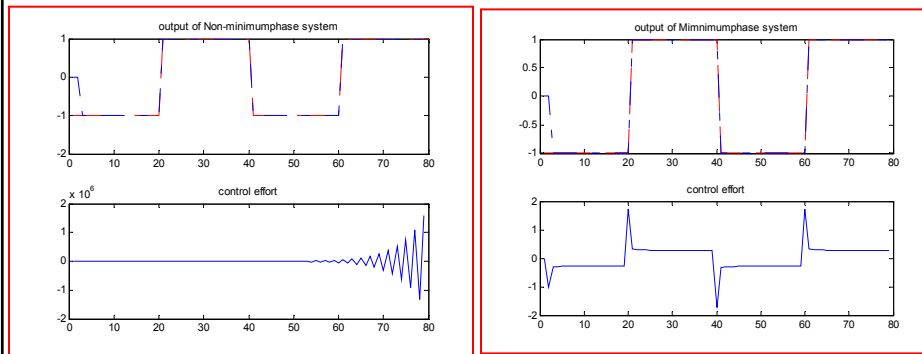
$$H(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(1-0.7z^{-1})}{(1-0.8z^{-1})(1-0.6z^{-1})}$$

✓ مثال سیستم غیر مینیمم فاز و پایدار

$$H(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(1-1.2z^{-1})}{(1-0.8z^{-1})(1-0.6z^{-1})}$$

17

• نتایج شبیه سازی



خروجی سیستم غیر می نیمم فاز و سیگنال کنترل آن

خروجی سیستم می نیمم فاز و سیگنال کنترل آن

18

• کنترل پیش‌بین یک مرحله جلو وزن داده شده سیستم های SISO
(Weighted One Step-Ahead Predictive Control)

✓ اهداف کنترل یک پله به جلو وزن دار:

- کاهش هزینه کنترل
- حل مساله برخی از سیستم های غیر مینیمم فاز

✓ تابع هزینه جدید:

$$J_2(t+d) = \left\{ \frac{1}{2} (y(t+d) - y_d(t+d))^2 + \frac{\lambda}{2} u^2(t) \right\}$$

19

• قضیه (کنترل پیش‌بین یک مرحله جلو وزن داده شده)

سیستم توصیف شده با مدل ورودی-خروجی داده شده را در نظر بگیرید. آنگاه
(الف) قانون کنترل فیدبک زیر

$$u(t) = \frac{\beta_0 \{ y_d(t+d) - \alpha(q^{-1})y(t) - \beta'(q^{-1})u(t-1) \}}{\beta_0^2 + \lambda}, \quad t \geq 0$$

Where,

$$\beta'(q^{-1}) = q \left[\beta(q^{-1}) - \beta_0 \right] = \beta_1 q^{-1} + \dots + \beta_{n_1+d-1} q^{-(n_1+d-2)}$$

تابع هزینه جدید را مینیمم میکند.

20

(ب) سیستم حلقه بسته به صورت زیر توصیف می گردد:

$$\left[B'(q^{-1}) + \frac{\lambda}{\beta_0} A(q^{-1}) \right] y(t+d) = B'(q^{-1}) y_d(t+d) \quad (1)$$

$$\left[B'(q^{-1}) + \frac{\lambda}{\beta_0} A(q^{-1}) \right] u(t) = A(q^{-1}) y_d(t+d) \quad (2)$$

(ج) سیستم حلقه بسته پایدار BIBO است اگر:

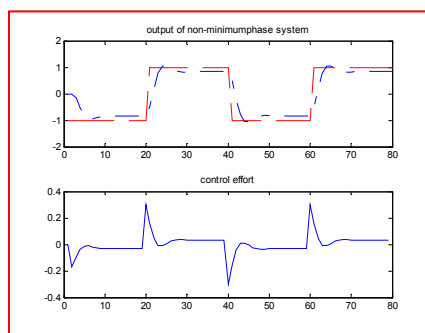
(I) کلیه مودهای مدل معکوس (1) و (2) در داخل دایره یا به روی دایره واحد قرار دارند.

(II) کلیه مودهای کنترل پذیر مدل معکوس (1) و (2) کاملاً در داخل دایره واحد قرار دارند.

(III) هر مودی از مدل معکوس (1) و (2) که بر روی دایره واحد قرار دارند بلوک جردنی به اندازه یک دارد.

21

- یک مشکل اساسی انتخاب ضریب وزنی ورودی؟
- مثال عددی
- مثال شبیه سازی



خروجی سیستم غیر مینیمم فاز و سیگنال کنترل آن

22

• کنترل پیش‌بین یک مرحله جلو وزن داده شده سیستم های SISO با ورودی فیلتر شده
(Filtered Input Weighted One Step-Ahead Predictive Control)

✓ اهداف کنترلی:

- کاهش هزینه کنترل
- حل مساله سیستم های غیر مینیمم فاز

✓ تابع هزینه جدید:

$$J_3(t+d) = \left\{ \frac{1}{2} (y(t+d) - y_d(t+d))^2 + \frac{\lambda}{2} \tilde{u}^2(t) \right\}$$

$$\text{Where, } P(q^{-1})\tilde{u}(t) = R(q^{-1})u(t)$$

$$P(q^{-1}) = 1 + p_1 q^{-1} + \dots + p_l q^{-l_1}$$

$$R(q^{-1}) = 1 + r_1 q^{-1} + \dots + r_l q^{-l_2}$$

23

• قضیه (کنترل پیش‌بین یک مرحله جلو وزن داده شده با ورودی فیلتر شده)

سیستم توصیف شده با مدل ورودی-خروجی داده شده را در نظر بگیرید. آنگاه

(الف) قانون کنترل فیدبک زیر

$$u(t) = \frac{\beta_0 \{ y_d(t+d) - \alpha(q^{-1})y(t) - \beta'(q^{-1})u(t-1) \} + \lambda P'(q^{-1})\tilde{u}(t-1) - \lambda R'(q^{-1})u(t-1)}{\beta_0^2 + \lambda}$$

Where,

$$\beta'(q^{-1}) = q [\beta(q^{-1}) - \beta_0]$$

$$P'(q^{-1}) = q [P(q^{-1}) - 1]$$

$$R'(q^{-1}) = q [R(q^{-1}) - 1]$$

تابع هزینه جدید را مینیمم میکند.

24

(ب) سیستم حلقه بسته عبارت است از:

$$\begin{aligned} \left[P(q^{-1})B'(q^{-1}) + \frac{\lambda}{\beta_0} R(q^{-1})A(q^{-1}) \right] u(t) &= P(q^{-1})A(q^{-1})y_d(t+d) \\ \left[P(q^{-1})B'(q^{-1}) + \frac{\lambda}{\beta_0} R(q^{-1})A(q^{-1}) \right] y(t+d) &= P(q^{-1})B'(q^{-1})y_d(t+d) \end{aligned}$$

(ب) پایداری سیستم حلقه بسته همانند دو قضیه قبل با صفرهای چند جمله ای زیر داده می شود:

$$\left[P(q^{-1})B'(q^{-1}) + \frac{\lambda}{\beta_0} R(q^{-1})A(q^{-1}) \right] = 0$$

25

• نکته انتخاب چند جمله ایهای $P(q^{-1}), R(q^{-1})$

✓ اگر $A(q^{-1})$ و $B(q^{-1})$ مود مشترک ناپایداری نداشته باشند آنگاه همواره وجود دارد $\lambda, P(q^{-1}), R(q^{-1})$ که پایداری حلقه بسته را تضمین کند.

✓ اگر $A(q^{-1})$ و $B(q^{-1})$ معلوم باشند می توان با رسم مکان ریشه معادله زیر

$$\left[P(q^{-1})B'(q^{-1}) + \frac{\lambda}{\beta_0} R(q^{-1})A(q^{-1}) \right] = 0$$

مقادیر مناسب $\lambda, P(q^{-1}), R(q^{-1})$ را پیدا کرد.

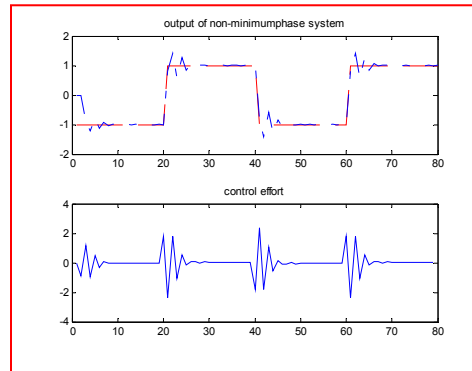
✓ خطای حالت ماندگار

✓ کنترل انتگرال و حل خطای حالت ماندگار.

26

- مثال شبیه سازی سیستم غیرمینیمم فاز و پایدار با کنترل کننده یک پله به جلو وزن دار با فیلتر ورودی

$$P(q^{-1})=1 \quad R(q^{-1})=1-q^{-1} \quad \lambda=0.1$$



خروجی سیستم غیرمینیمم فاز و سیگنال کنترل آن

27

Example 5.2.3

As shown in Exercise 2.1, the transfer function of the servo is

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}; \quad K = 30, \quad T = 0.1 \text{ sec}$$

with corresponding discrete transfer function

$$H(z) = \frac{K_d(z - \beta)}{(z - 1)(z - \alpha)}$$

At a sampling rate of 100 msec, the transfer function is approximately

$$H(z) = \frac{0.2(z + 0.885)}{(z - 1)(z - 0.67)}$$

The corresponding DARMA form follows immediately and is given by

$$y(t) = 1.67y(t-1) - 0.67y(t-2) + 0.2u(t-1) + 0.18u(t-2) \quad (5.2.24)$$

28

Now due to the time required to evaluate an input signal, it is necessary to use the technique inherent in the development of the predictor equation (5.2.5) to replace $y(t-1)$ on the right-hand side of (5.2.24) by $y(t-2), \dots$. This can be done by simply substituting for $y(t-1)$ on the right-hand side of (5.2.24).

The resulting model now takes the following equivalent form:

$$y(t) = 2.1y(t-2) - 1.11y(t-3) + 0.2u(t-1) + 0.51u(t-2) + 0.3u(t-3)$$

We then use the weighted one-step-ahead cost function

$$J(t) = \frac{1}{2} [y(t+1) - y^*(t+1)]^2 + \frac{\lambda}{2} [u(t) - u(t-1)]^2 \quad (5.2.25)$$

The control minimizing (5.2.25) is

$$u(t) = \frac{0.2[y^*(t+1) - 2.1y(t-1) + 1.11y(t-2) - 0.51u(t-1) - 0.3u(t-2)]}{(0.2)^2 + \lambda}$$

The control law above was implemented on a servo kit using an on-line computer with sampling rate 100 msec. The *sampled* response for $y^*(t)$, a square wave of period 10 sec, was then obtained for different values of λ . (See Figs. 5.2.1 to 5.2.3.) Note that the performance of the controller depends rather critically on having the correct values for the system parameters; see the discussion later in Section 5.2.4. The precise nature of the responses shown in Figs. 5.2.1 to 5.2.3 can be explained using root-locus argu-

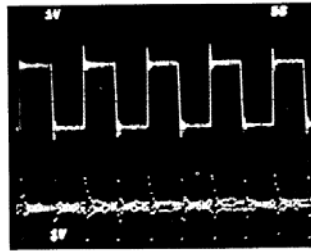


Figure 5.2.1 Response for $\lambda = 0.1$.
Upper trace, output; lower trace, input.

ments to roughly find the location of the closed-loop poles for different values of λ ; see also the example in Section 5.4.



Figure 5.2.2 Response for $\lambda = 0.5$.
Upper trace, output; lower trace, input.

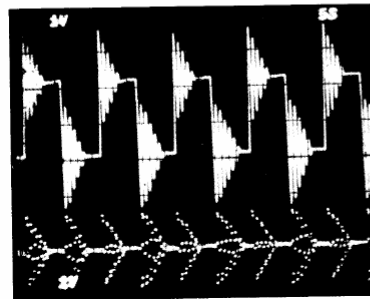


Figure 5.2.3 Response for $\lambda = 1.0$.
Upper trace, output; lower trace, input.

❖ کنترل کنندهای تطبیقی حداقل خطای پیش بین

- روشهای تطبیقی:

- روش غیر مستقیم

- روش مستقیم

- مدلسازی:

$$\bar{A}(q^{-1})y(t) = \bar{B}(q^{-1})u(t)$$

$$\bar{A}(q^{-1}) = 1 + \bar{A}_1 q^{-1} + \dots + \bar{A}_{\bar{n}} q^{-\bar{n}}$$

$$\bar{B}(q^{-1}) = q^{-d} (\bar{B}_0 + \bar{B}_1 q^{-1} + \dots + \bar{B}_{\bar{m}} q^{-\bar{m}}) = q^{-d} \bar{B}'(q^{-1})$$

- تنها اطلاع از کران بالای مرتبه ها لازم است. لذا:

31

مدل فوق پارامتریزه شده:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + A_1 q^{-1} + \dots + A_n q^{-n} \quad n \geq \bar{n}$$

$$B(q^{-1}) = q^{-d} (B_0 + B_1 q^{-1} + \dots + B_m q^{-m}) = q^{-d} B'(q^{-1}) \quad m \geq \bar{m}$$

- مدل پیش بین:

$$y(t+d) = \alpha(q^{-1})y(t) + \beta(q^{-1})u(t)$$

$$\alpha(q^{-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 q^{-1} + \dots + \alpha_{n-1} q^{-(n-1)}$$

$$\beta(q^{-1}) = \beta_0 + \beta_1 q^{-1} + \dots + \beta_{m+d-1} q^{-(m+d-1)}$$

32

- هدف: طراحی یک کنترل کننده تطبیقی به گونه ای که

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y_d(t)] = 0$$

- مدل پیش بین:

$$y(t+d) = \phi^T(t) \theta_0$$

\swarrow \searrow

$[y(t) \cdots y(t-n+1) u(t) \cdots u(t-m-d+1)]$

$\begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_{n-1} \\ \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_{m+d-1} \end{bmatrix}$

33

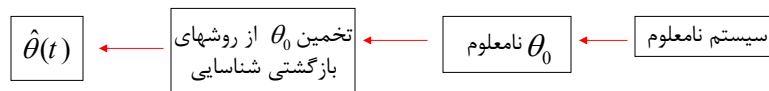
- تعریف کنید: خطای ردیابی خروجی

$$\zeta(t+d) \triangleq y(t+d) - y_d(t+d) = \phi^T(t) \theta_0 - y_d(t+d)$$

اگر بتوانیم دنباله ورودی را چنان تعریف کنیم که

$$\phi^T(t) \theta_0 = y_d(t+d)$$

خطای ردیابی خروجی **صفر** خواهد شد.



34

- اصل معادل بودن قطعیت می دهد: (Certainty Equivalence Principle)

$$\phi^T(t) \hat{\theta}(t) = y_d(t+d)$$



تخمین پارامترها
در زمان حال

$$\Rightarrow [y(t) \cdots y(t-n+1) u(t) \cdots u(t-m-d+1)] \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_{n-1} \\ \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_{m+d-1} \end{bmatrix} = y_d(t+d)$$

$$\Rightarrow y(t)\hat{\theta}_1(t) + \cdots + y(t-n+1)\hat{\theta}_n(t) + u(t)\hat{\theta}_{n+1}(t) + \cdots + u(t-m-d+1)\hat{\theta}_{n+m+d}(t) = y_d(t+d)$$

35

- قانون کنترل تطبیقی متغیر با زمان:

$$u(t) = \frac{1}{\hat{\theta}_{n+1}(t)} \left[-y(t)\hat{\theta}_1(t) - y(t-1)\hat{\theta}_2(t) - \cdots - y(t-n+1)\hat{\theta}_n(t) - u(t-1)\hat{\theta}_{n+2}(t) - \cdots - u(t-m-d+1)\hat{\theta}_{n+m+d}(t) + y_d(t+d) \right]$$

- قضیه با فرض

(۱) معلوم بودن d

(۲) معلوم بودن کران بالای مرتبه چندجمله ای های \bar{A}, \bar{B}

(۳) شرایط داده شده در قضیه کنترل پیش بین یک مرحله جلو

(۴) اعمال RLS به سیستم بالا

(i) $\{y(t)\}, \{u(t)\}$ Bounded Sequences داریم:

(ii) $\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_d(t)) = 0$

(iii) $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=d}^N [y(t) - y_d(t)]^2 < \infty$

36

• کنترل تطبیقی پیش‌بین یک مرحله جلو وزن داده شده سیستم های SISO

(Adaptive Weighted One Step-Ahead Predictive Control)

✓ تابع هزینه:

$$J_2(t+d) = \left\{ \frac{1}{2} (y(t+d) - y_d(t+d))^2 + \frac{\lambda}{2} u^2(t) \right\}$$

✓ مدل پیش بین:

$$y(t+d) - \alpha(q^{-1})y(t) - \beta'(q^{-1})u(t-1) - \beta_0 u(t) = 0$$

$$\beta'(q^{-1}) = q[\beta(q^{-1}) - \beta_0]$$

✓ مدل پیش بین را چنان بازنویسی کنید که قانون کنترل مینیمم کننده تابع هزینه را بتوان به صورت تابع خطی از پارامترهای مدل در صورت حاصله نوشت: **الگوریتم تطبیقی مستقیم**

37

• اصلاح مدل:

$$\Rightarrow \frac{\beta_0}{\beta_0^2 + \lambda} [y(t+d) - \alpha(q^{-1})y(t) - \beta'(q^{-1})u(t-1) - \beta_0 u(t)] = 0$$

$$\frac{\beta_0}{\beta_0^2 + \lambda} \left[y(t+d) + \frac{\lambda}{\beta_0} u(t) \right] - \frac{\beta_0}{\beta_0^2 + \lambda} \alpha(q^{-1})y(t) - \frac{\beta_0}{\beta_0^2 + \lambda} \beta'(q^{-1})u(t-1) - u(t) = 0$$

$$\Rightarrow u(t) = \bar{\phi}^T(t) \theta_0$$

$$[y(t+d) + \gamma u(t), -y(t), \dots, -y(t-n+1), -u(t-1), \dots, -u(t-m-d+1)] \quad \gamma \triangleq \frac{\lambda}{\beta_0}$$

$$\left[\frac{\beta_0}{\beta_0^2 + \lambda}, \frac{\beta_0 \alpha_0}{\beta_0^2 + \lambda}, \dots, \frac{\beta_0 \alpha_{n-1}}{\beta_0^2 + \lambda}, \frac{\beta_0 \beta_1}{\beta_0^2 + \lambda}, \dots, \frac{\beta_0 \beta_{m+d-1}}{\beta_0^2 + \lambda} \right]^T$$

38

از قضیه کنترل پیش بین یک مرحله جلو وزن داده شده داریم:

$$u^*(t) = \bar{\phi}^T(t) \theta_0$$

Where,

$$\bar{\phi}^T(t) = [y_d(t+d), -y(t), \dots, -y(t-n+1), -u(t-1), \dots, -u(t-m-d+1)]$$

فرض: علامت β_0 معلوم

$$\text{کران پایین} \left| \frac{\beta_0}{\beta_0^2 + \lambda} \right| \text{ معلوم و داریم } (\theta_1)_{\min} > 0$$

39

• قضیه با فرض

(۱) معلوم بودن d

(۲) معلوم بودن کران بالای مرتبه چندجمله ای های \bar{A}, \bar{B}

(۳) شرایط داده شده در قضیه کنترل پیش بین یک مرحله جلو وزن دار

(۴) اعمال RLS به سیستم بالا

(۵) هم علامت بودن γ, β_0

داریم:

(i) $\{y(t)\}, \{u(t)\}$ Bounded Sequences

(ii) $\lim_{t \rightarrow \infty} (u(t) - u^*(t)) = 0$

40

Example 6.3.1

The algorithm above [with $a(t) = 1$] has been implemented on an on-line computer and tested on the servo kit described in Example 5.2.3.

Figure 6.3.1 shows the *sampled* output response during the initial training of the adaptive controller on startup (with the servo gain set to 50% and $\{y^*(t)\}$ a square wave of period 10 sec). It can be seen that nearly perfect tracking is obtained after one period of $y^*(t)$.

Figure 6.3.2 shows the effect of a sudden large change in the system parameters. The controller was first tuned with the gain set to 10%. Then the gain was increased by a factor of 6 to 60%. It can be seen, from the figure, that the controller tuned at 10% gain is quite unsuitable for operation at 60% gain, but that retuning of the controller to give near perfect tracking occurs in approximately one period of $\{y^*(t)\}$.

The reader's attention is drawn to the results in Section 5.4 which show that the *continuous-time* response resulting from one-step-ahead control of a lightly damped system is rather unsatisfactory! In fact, nearly 50% overshoot is observed on the continuous-time response for their example independent of the sampling interval. Thus one-step-ahead control is not recommended for lightly damped systems such as a servo system.

▼▼▼

41



Figure 6.3.1 Initial training of adaptive controller for servo kit.

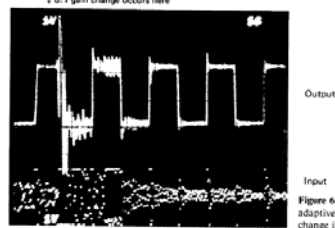


Figure 6.3.2 Returning of the adaptive controller following a 6-to-1 change in system gain.

Remark 6.3.3. An important practical point is that with any large change in system parameters or in $\{y^*(t)\}$, large input signals can be called for by the algorithm. In this case, the control law (6.3.10) can be modified as follows. Put

$$u(t) = \frac{1}{\hat{\theta}_{s+1}(t)} [-\hat{\theta}_s(t)y(t) - \dots - \hat{\theta}_2(t)y(t-n+1) - \hat{\theta}_1(t)y(t-1) - \dots - \hat{\theta}_{s+m,d}(t)u(t-m-d+1) + y^*(t+d)]$$

If $u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}$ put $u(t) = u(t)$

If $u(t) < u_{\min}$ put $u(t) = u_{\min}$

If $u(t) > u_{\max}$ put $u(t) = u_{\max}$

where u_{\min} and u_{\max} are specified minimum and maximum input levels.

It is important that $\{u(t)\}$ be used in $\hat{\theta}(t-d)$ and not $\{u(t)\}$! If $u(t)$ is used, Lemma 3.3.2 remains valid for the algorithm with saturated inputs. The proof of Theorem 6.3.1, however, no longer applies and thus global convergence of the adaptive

42

- تعمیم به حالت:

$$J_3(t+d) = \left\{ \frac{1}{2} (y(t+d) - y_d(t+d))^2 + \frac{\lambda}{2} \tilde{u}^2(t) \right\}$$

$$\text{Where, } P(q^{-1})\tilde{u}(t) = R(q^{-1})u(t)$$

$$P(q^{-1}) = 1 + p_1 q^{-1} + \dots + p_l q^{-l}$$

$$R(q^{-1}) = 1 + r_1 q^{-1} + \dots + r_l q^{-l}$$

- استفاده از تخمین بازگشتی با

$$u(t) = \bar{\phi}^T(t) \theta$$

Where,

$$\bar{\phi}^T(t) = [y_d(t+d) + \lambda[P(q^{-1})\tilde{u}(t-1) - R(q^{-1})u(t-1)], -y(t), \dots, -y(t-n+1), -u(t-1), \dots, -u(t-m-d+1)]$$

With,

$$P'(q^{-1}) = q[P(q^{-1}) - 1], R'(q^{-1}) = q[R(q^{-1}) - 1]$$

$$\tilde{u}(t) = -P'(q^{-1})\tilde{u}(t-1) + R'(q^{-1})u(t-1) + u(t)$$

43

- مزایای روش:

✓ سادگی قانون کنترل

✓ پایداری حلقه بسته

✓ ردیابی سیگنال های مرجع

✓ نرخ همگرایی مناسب

- معایب روش:

✓ فرضیات داده شده

44

❖ روش های پیشرفته کنترل پیش بین

- اساس الگوریتم های کنترل پیش بین:
 - مدل فرایند معلوم است
 - پرو فایل ورودی مرجع معلوم است.
- روند طراحی: مجموعه ای از ورودی ها تعیین می گردد و تنها اولین ورودی محاسبه شده به سیستم اعمال می گردد.
Receding Horizon Controller

45

• الگوریتم های مختلف کنترل پیش بین

- ✓ کنترل پیش بین بر اساس مدل (MPHC)
 - ✓ ماتریس دینامیکی کنترل (DMC)
 - ✓ الگوریتم IDCOM و HIECON
 - ✓ بسط کنترل پیش بین خود تطبیق (EPSAC)
 - ✓ کنترل پیش بین با بسط افق (EHAC)
 - ✓ کنترل پیش بین تعمیم یافته (GPC)
- کاربرد اصلی: کنترل فرایندهای صنعتی و شیمیایی تاخیردار

46

• پیش بینی خروجی:

$$\begin{aligned} A(q^{-1})y(t) &= q^{-d_0}B(q^{-1})u(t) \\ &= B(q^{-1})u(t-d_0) \end{aligned}$$

And,

$$1 = F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1})$$

$$\deg F = d-1, \deg G = n-1$$

Where, $d_0 \leq d =$ **Prediction Horizon**

$$\begin{aligned} \Rightarrow y(t+d) &= AFy(t+d) + Gy(t) \\ &= BFu(t+d-d_0) + Gy(t) \end{aligned} \quad (+)$$

If

47

$$B(q^{-1})F(q^{-1}) = R(q^{-1}) + q^{-(d-d_0+1)}\bar{R}(q^{-1})$$

$$\deg R = d-d_0, \deg \bar{R} = n-2$$

توجه کنید که:

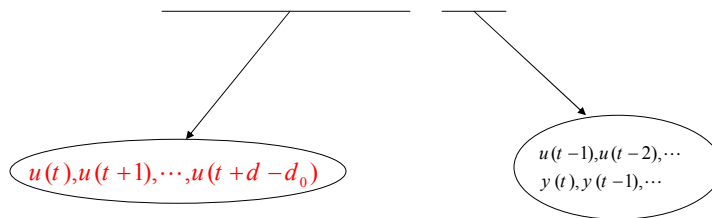
$$q^{-d_0} \frac{B}{A} = q^{-d_0} B \left(F + q^{-d} \frac{G}{A} \right)$$

$$= \underbrace{q^{-d_0} R(q^{-1})}_{\text{اولین قسمت از پاسخ ضربه سیستم}} + \underbrace{q^{-d-1} \bar{R}(q^{-1}) + q^{-d-d_0} \frac{B(q^{-1})G(q^{-1})}{A(q^{-1})}}_{?}$$

اولین قسمت از پاسخ ضربه سیستم

?

$$\begin{aligned} (+) \Rightarrow y(t+d) &= R(q^{-1})u(t+d-d_0) + \bar{R}(q^{-1})u(t-1) + G(q^{-1})y(t) \\ &= R(q^{-1})u(t+d-d_0) + \bar{y}(t) \end{aligned}$$



لذا برای $d \geq d_0$ لازم است فرضیاتی برای سیگنال کنترل داشته باشیم:

$$u(t) = u(t+1) = \dots = u(t+d-d_0) \quad \text{یک راه حل:}$$

or

$$\min \sum_{k=t}^{t+d} u^2(k)$$

or

...

✓ سیگنال کنترل ثابت:

$$y(t+d) = y_d(t+d) \Rightarrow$$

$$y_d(t+d) = [R(1) + q^{-1}\bar{R}(q^{-1})]u(t) + G(q^{-1})y(t)$$

\Rightarrow

$$u(t) = \frac{y_d(t+d) - G(q^{-1})y(t)}{R(1) + q^{-1}\bar{R}(q^{-1})}$$

در مرحله بعد سیگنال کنترل جدید تعیین و به فرایند اعمال می گردد.

• الگوریتم

✓ داده: d , and y_d , B , A (یا شناسایی سیستم)

✓ گام ۱: از رابطه زیر پارامترها را تعیین کنید

$$q^{n+d-1} = A(q)F(q) + G(q)$$

✓ گام ۲: از رابطه زیر پارامترها را تعیین کنید

$$B(q^{-1})F(q^{-1}) = R(q^{-1}) + q^{-(d-d_0+1)}\bar{R}(q^{-1})$$

✓ گام ۳: تعیین سیگنال کنترل

$$u(t) = \frac{y_d(t+d) - G(q^{-1})y(t)}{R(1) + \bar{R}(q^{-1})q^{-1}}$$

تکرار مراحل در هر زمان نمونه برداری.

51

✓ حداقل هزینه کنترل:

$$\begin{aligned} y(t+d) &= R(q^{-1})u(t+d-d_0) + \bar{y}(t) \\ &= r_0 u(t+v) + \dots + r_v u(t) + \bar{y}(t) \quad (v = d - d_0) \end{aligned}$$

یک قید برای تابع هزینه:

$$\begin{aligned} y(t+d) &= y_d(t+d) = R(q^{-1})u(t+d-d_0) + \bar{y}(t) \\ \Rightarrow 2J &= u^2(t) + \dots + u^2(t+v) + 2\lambda[y_d(t+d) - R(q^{-1})u(t+v) - \bar{y}(t)] \end{aligned}$$

Hence,

$$\frac{\partial J}{\partial u(t)} = 0 \Rightarrow u(t) = \lambda r_v$$

⋮

$$\frac{\partial J}{\partial u(t+v)} = 0 \Rightarrow u(t+v) = \lambda r_0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow y_d(t+d) - \bar{y}(t) = r_0 u(t+v) + \dots + r_v u(t)$$

52

$$\Rightarrow u(t) = \frac{y_d(t+d) - \bar{y}(t)}{\mu}$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=0}^v r_i^2}{r_v}$$

$$\Rightarrow \mu u(t) = y_d(t+d) - \bar{y}(t) = y_d(t+d) - \bar{R}u(t-1) - Gy(t)$$

$$\Rightarrow u(t) = \frac{y_d(t+d) - Gy(t)}{\mu + q^{-1}\bar{R}}$$

C-L Poles: $P(q) = A(q)[q^{n-1}\mu + \bar{R}(q)] + G(q)B(q)$

53

• الگوریتم

✓ داده: d , A , B , y_d (یا شناسایی سیستم)
گام ۱: از رابطه زیر پارامترها را تعیین کنید

$$q^{n+d-1} = A(q)F(q) + G(q)$$

✓ گام ۲: از رابطه زیر پارامترها را تعیین کنید

$$B(q^{-1})F(q^{-1}) = R(q^{-1}) + q^{-(d-d_0+1)}\bar{R}(q^{-1})$$

✓ گام ۳: μ را محاسبه کنید.

✓ گام ۴: تعیین سیگنال کنترل

$$u(t) = \frac{y_d(t+d) - G(q^{-1})y(t)}{\mu + \bar{R}(q^{-1})q^{-1}}$$

تکرار مراحل در هر زمان نمونه برداری.

54

❖ کنترل پیش بین تعمیم یافته

- Generalized Predictive Control
- Clarke *et al.* (1987)

سیستم SISO

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta}$$

$$\Delta = 1 - z^{-1} : \text{CARIMA}, \quad \Delta = 1 : \text{CARMA}$$

9

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + a_{nb} z^{-nb}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + a_{nc} z^{-nc}$$

55

تابع هزینه

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - y_d(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2$$

Control Horizon

Weighting Sequences

Minimum and Maximum Costing Horizons

Optimum j step ahead Prediction of system output Up to time t

- هدف کنترل پیش بین محاسبه سیگنال های آینده کنترل برای رساندن خروجی های آینده به مقدار مطلوب است. "می نیمم سازی تابع هزینه"

56

• پیش بینی خروجی آینده سیستم

$$1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad \text{with} \quad \tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})$$

از معادله سیستم داریم:

$$\tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1})y(t+j) = B(z^{-1})E_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j)$$

$$\Rightarrow [1 - z^{-j}F_j(z^{-1})]y(t+j) = B(z^{-1})E_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j)$$

$$\Rightarrow y(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + B(z^{-1})E_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j)$$

بهترین پیش بین خروجی:

$$\begin{aligned} y(t+j|t) &= B(z^{-1})E_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t) \\ &= G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t) \end{aligned}$$

57

• محاسبه $E_j(z^{-1}), F_j(z^{-1})$

$$F_j(z^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}z^{-1} + \dots + f_{j,na}z^{-na}$$

$$E_j(z^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1}z^{-1} + \dots + e_{j,j-1}z^{-(j-1)}$$

$$F_{j+1}(z^{-1}) = f_{j+1,0} + f_{j+1,1}z^{-1} + \dots + f_{j+1,na}z^{-na}$$

$$E_{j+1}(z^{-1}) = E_j(z^{-1}) + e_{j+1,j}z^{-j}$$

$$\text{where} \quad e_{j+1,j} = f_{j,0}$$

$$\Rightarrow f_{j+1,i} = f_{j,i+1} - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1}, \quad i = 0, 1, \dots, na-1$$

$$G_{j+1} = E_{j+1}B = (E_j + f_{j,0}z^{-j})B = G_j + f_{j,0}z^{-j}B$$

\Rightarrow The first j coefficient are equal and the remaining are:

$$g_{j+1,j+i} = g_{j,j+i} + f_{j,0}b_i \quad i = 0, \dots, n_b$$

58

• مساله GPC:

تعیین دنباله سیگنال های کنترلی

$$u(t), u(t+1), \dots, u(t+N)$$

به گونه ای که تابع هزینه می نیمم شود. قرار دهید:

$$N_1 = d+1, N_2 = d+N, N_u = N$$

مجموعه پیش بین ها را در نظر بگیرید:

$$\hat{y}(t+d+1|t) = G_{d+1}\Delta u(t) + F_{d+1}y(t)$$

$$\hat{y}(t+d+2|t) = G_{d+2}\Delta u(t+1) + F_{d+2}y(t)$$

\vdots

$$\hat{y}(t+d+N|t) = G_{d+N}\Delta u(t+N-1) + F_{d+N}y(t)$$

59

که به صورت زیر نوشته می شود:

$$y = Gu + F(z^{-1})y(t) + G'(z^{-1})\Delta u(t-1)$$

Where,

$$y = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix} \quad G'(z^{-1}) = \begin{bmatrix} (G_{d+1}(z^{-1}) - g_0)z \\ (G_{d+2}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1})z^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1} - \cdots - g_{N-1}z^{-(N-1)})z^N \end{bmatrix}$$

$$F(z^{-1}) = [F_{d+1}(z^{-1}) \quad \cdots \quad F_{d+2}(z^{-1}) \quad F_{d+N}(z^{-1})]^T$$

60

می توان نوشت:

$$y = Gu + f$$

تنها به مقادیر گذشته بستگی دارند

با اعمال ورودی پله:

$$\Delta u(t) = 1, \Delta u(t+1) = 0, \dots, \Delta u(t+N-1) = 0$$



خروجی ها اولین ستون ماتریس **G** را تشکیل می دهند. و پاسخ آزاد سیستم:

$$f_{j+1} = z(1 - \tilde{A}(z^{-1}))f_j + B(z^{-1})\Delta u(t-d+j)$$

$$f_0 = y(t), \Delta u(t+j) = 0 \text{ for } j \geq 0$$

61

• بازنویسی تابع هزینه:

$$J = (Gu + f - y_d)^T (Gu + f - y_d) + \lambda u^T u$$

$$[y_d(t+d+1)y_d(t+d+2)\dots y_d(t+d+N)]^T$$

$$J = \frac{1}{2}u^T H u + b^T u + f_0$$

$$2(G^T G + \lambda I) \quad 2(f - y_d)^T G \quad (f - y_d)^T (f - y_d)$$

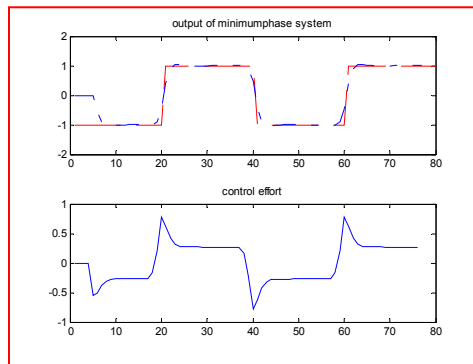
$$u = -H^{-1}b = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (y_d - f)$$

$$\Delta u(t) = K (y_d - f)$$

62

- مثال سیستم می نیمم فاز و پایدار با کنترل کننده پیش بین تعمیم یافته

$$N_u = 3 \quad \lambda = 0.8, \delta = 1$$

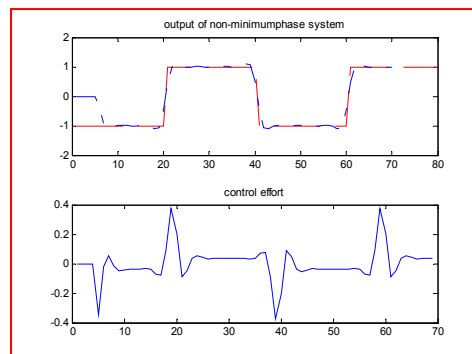


خروجی سیستم مینیمم فاز و سیگنال کنترل آن با روش کنترل پیش بین تعمیم یافته

63

- مثال سیستم غیر می نیمم فاز و پایدار با کنترل کننده پیش بین تعمیم یافته

$$N_u = 10 \quad \lambda = 0.8, \delta = 1$$



خروجی سیستم غیر می نیمم فاز و سیگنال کنترل آن با روش کنترل پیش بین تعمیم یافته

64

4.3 The Coloured Noise Case

When the noise polynomial $C(z^{-1})$ of Equation (4.1) is not equal to 1 the prediction changes slightly. In order to calculate the predictor in this situation, the following Diophantine equation is solved:

$$C(z^{-1}) = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (4.11)$$

with $\delta(E_j(z^{-1})) = j - 1$ and $\delta(F_j(z^{-1})) = \delta(\tilde{A}(z^{-1})) - 1$.

Multiplying equation (4.1) by $\triangle E_j(z^{-1})z^j$ and using (4.11)

$$C(z^{-1})(y(t+j) - E_j(z^{-1})e(t+j)) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\triangle u(t+j-1) + F_j(z^{-1})y(t)$$

As the noise terms are all in the future, the expected value of the left-hand side of this equation is:

$$E[C(z^{-1})(y(t+j) - E_j(z^{-1})e(t+j))] = C(z^{-1})\hat{y}(t+j|t)$$

The expected value of the output can be generated by the equation:

$$C(z^{-1})\hat{y}(t+j|t) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\triangle u(t+j-1) + F_j(z^{-1})y(t) \quad (4.12)$$

Notice that this prediction equation could be used to generate the predictions in a recursive way. An explicit expression for the optimal j step ahead prediction can be obtained by solving the Diophantine equation

$$1 = C(z^{-1})M_j(z^{-1}) + z^{-k}N_j(z^{-1}) \quad (4.13)$$

with $\delta(M_j(z^{-1})) = j - 1$ and $\delta(N_j(z^{-1})) = \delta(C(z^{-1})) - 1$.

Multiplying Equation (4.12) by $M_j(z^{-1})$ and using (4.13),

$$\hat{y}(t+j|t) = M_jE_j(z^{-1})B(z^{-1})\triangle u(t+j-1) + M_j(z^{-1})F_j(z^{-1})y(t) + N_j(z^{-1})y(t)$$

which can be expressed as

65

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+j|t) &= G(z^{-1})\triangle u(t+j-1) + G_p(z^{-1})\triangle u(t+j-1) \\ &\quad + (M_j(z^{-1})F_j(z^{-1}) + N_j(z^{-1}))y(t) \end{aligned}$$

with $\delta(G(z^{-1})) < j$. These predictions can be used in the cost function which can be minimized as in the white noise case.

Another way of computing the prediction is by considering the filtered signals from the plant input/output data

$$y^f(t) = \frac{1}{C(z^{-1})}y(t) \quad u^f(t) = \frac{1}{C(z^{-1})}u(t)$$

so that the resulting overall model becomes

$$A(z^{-1})y^f(t) = B(z^{-1})u^f(t) + \frac{e(t)}{\triangle}$$

and the white noise procedure for computing the prediction can be used. The predicted signal $\hat{y}^f(t+j|t)$ obtained this way has to be filtered by $C(z^{-1})$ in order to get $\hat{y}(t+j|t)$.

66

4.4 An Example

In order to show how a Generalized Predictive Controller can be implemented, a simple example is presented. The controller will be designed for a first-order system for the sake of clarity.

The following discrete equivalence can be obtained when a first-order continuous plant is discretized

$$(1 + az^{-1})y(t) = (b_0 + b_1z^{-1})u(t-1) + \frac{e(t)}{\Delta}$$

In this example the delay d is equal to 0 and the noise polynomial $C(z^{-1})$ is considered to be equal to 1.

The algorithm to obtain the control law described in the previous section will be used on the preceding system, obtaining numerical results for the parameter values $a = -0.8$, $b_0 = 0.4$ and $b_1 = 0.6$, the horizons being $N_1 = 1$ and $N_2 = N_u = 3$. As has been shown, predicted values of the process output over the horizon are first calculated and rewritten in the form of Equation (4.6), and then the control law is computed using Expression (4.9).

Predictor polynomials $E_j(z^{-1})$, $F_j(z^{-1})$ from $j = 1$ to $j = 3$ will be calculated solving the Diophantine Equation (4.3), with

$$\tilde{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})(1 - z^{-1}) = 1 - 1.8z^{-1} + 0.8z^{-2}$$

In this simple case where the horizon is not too long, the polynomials can be directly obtained by dividing 1 by $\tilde{A}(z^{-1})$ with simple calculations. As has

67

been explained earlier, they can also be computed recursively, starting with the values obtained at the first step of the division, that is:

$$E_1(z^{-1}) = 1 \quad F_1(z^{-1}) = 1.8 - 0.8z^{-1}$$

Whatever the procedure employed, the values obtained are:

$$E_2 = 1 + 1.8z^{-1} \quad F_2 = 2.44 - 1.44z^{-1}$$

$$E_3 = 1 + 1.8z^{-1} + 2.44z^{-2} \quad F_3 = 2.952 - 1.952z^{-1}$$

With these values and the polynomial $B(z^{-1}) = 0.4 + 0.6z^{-1}$, the values of $G_i(z^{-1})$ are

$$G_1 = 0.4 + 0.6z^{-1}$$

$$G_2 = 0.4 + 1.32z^{-1} + 1.08z^{-2}$$

$$G_3 = 0.4 + 1.32z^{-1} + 2.056z^{-2} + 1.464z^{-3}$$

and so the predicted outputs can be written as:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \hat{y}(t+3|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 1.32 & 0.4 & 0 \\ 2.056 & 1.32 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \Delta u(t+2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.6 \Delta u(t-1) + 1.8y(t) - 0.8y(t-1) \\ 1.08 \Delta u(t-1) + 2.44y(t) - 1.44y(t-1) \\ 1.464 \Delta u(t-1) + 2.952y(t) - 1.952y(t-1) \end{bmatrix}$$

The following step is to calculate $H^{-1}b$. If λ is taken as equal to 0.8

$$(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T = \begin{bmatrix} 0.133 & 0.286 & 0.147 \\ -0.154 & -0.165 & 0.286 \\ -0.029 & -0.154 & 0.1334 \end{bmatrix}$$

As only $\Delta u(t)$ is needed for the calculations, only the first row of the matrix is used, obtaining the following expression for the control law:

$$\Delta u(t) = -0.604 \Delta u(t-1) - 1.371y(t) + 0.805y(t-1) + 0.133u(t+1) + 0.286u(t+2) + 0.147u(t+3)$$

where $u(t+i)$ is the reference trajectory which can be considered constant and equal to the current setpoint or a first-order approach to the desired value. Then the control signal is a function of this desired reference and of past inputs and outputs and is given by:

$$u(t) = 0.396u(t-1) + 0.604u(t-2) - 1.371y(t) + 0.805y(t-1) + 0.133u(t+1) + 0.286u(t+2) + 0.147u(t+3) \quad (4.14)$$

68

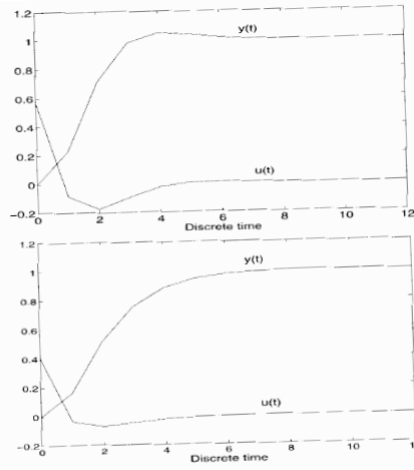


Fig. 4.2. System response

Simulation results show the behaviour of the closed-loop system. In the first graph of Figure 4.2 the reference is constant and equal to 1, and in the second one there is a smooth approach to the same value, obtaining a slightly different response, slower but without overshoot.

69

The GPC control law can also be calculated without the use of the Diophantine equation.

To obtain the control law it is necessary to know matrix G and the free response f , to compute $u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (w - f)$. Matrix G is composed of the plant step response coefficients, so that the elements of the first column of this matrix are the first N coefficients, that can be computed as

$$g_j = - \sum_{i=1}^j a_i g_{j-i} + \sum_{i=0}^{j-1} b_i \text{ with } g_k = 0 \quad \forall k < 0$$

where b_i and a_i are the parameters of the numerator and denominator of the transfer function.

Therefore, as the prediction horizon is 3, $A = 1 - 0.8z^{-1}$ and $B = 0.4 + 0.6z^{-1}$

70

$$\begin{aligned}g_0 &= b_0 = 0.4 \\g_1 &= -a_1 g_0 + b_0 + b_1 = 1.32 \\g_2 &= -a_1 g_1 - a_2 g_0 - a_3 g_0 + b_0 + b_1 = 2.056\end{aligned}$$

and the matrix is given by

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 1.32 & 0.4 & 0 \\ 2.056 & 1.32 & 0.4 \end{bmatrix}$$

which logically coincides with the one obtained by the previous method.

The free response can also be calculated without the use of the Diophantine equation, just noting that it is the response of the plant assuming that future controls equal the previous control $u(t-1)$ and that the disturbance is constant. Thus, using the transfer function

$$\begin{aligned}y(t) &= 0.8y(t-1) + 0.4u(t-1) + 0.6u(t-2) \\y(t+1) &= 0.8y(t) + 0.4u(t) + 0.6u(t-1)\end{aligned}$$

If both equations are added and $y(t+1)$ is extracted

$$y(t+1) = 1.8y(t) - 0.8y(t-1) + 0.4 \triangle u(t) + 0.6 \triangle u(t-1)$$

Now, considering that in the free response only the control increments before instant t appear:

$$\begin{aligned}e \quad f(t+1) &= 1.8y(t) - 0.8y(t-1) + 0.6 \triangle u(t-1) \\e \quad f(t+2) &= 1.8f(t+1) - 0.8y(t) = 2.44y(t) - 1.44y(t-1) + 1.08 \triangle u(t-1) \\/ \quad f(t+3) &= 1.8f(t+2) - 0.8f(t+1) \\&= 2.952y(t) - 1.952y(t-1) + 1.464 \triangle u(t-1)\end{aligned}$$

Vector \mathbf{f} obtained this way is the same as the one previously obtained, so the control law is the one given by Equation (4.14).

71

❖ حل مسایل بهینه سازی مقید با برنامه ریزی مربعی

- اهمیت مساله کنترل تحت قید
- مزیت روش کنترل پیش بین در مسایل مقید
- چند نمونه از قیود متداول:
 - ✓ قید بر روی ورودی و خروجی
 - ✓ قید فراجهدش
 - ✓ قید بر روی رفتار غیرمی نیمم فاز

72

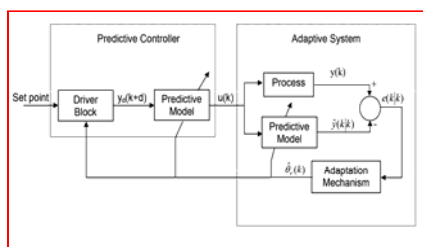
• چند نکته :

- مواردی که کنترل سیستم واقعی را با مشکل مواجه می نماید:
- مرتبه سیستم نا شناخته باشد
- پارامترهای سیستم متغیر با زمان و در طول افق پیش بینی تغییر نمایند
- تاخیر بین ورودی و خروجی ناشناخته شده بوده و یا ثابت نباشد
- سیستم دارای دینامیک غیرخطی بوده و اطلاعات ورودی و خروجی که در دسترس است، غنی نبوده و تمامی دینامیک های موجود بر روی سیستم را نشان ندهد

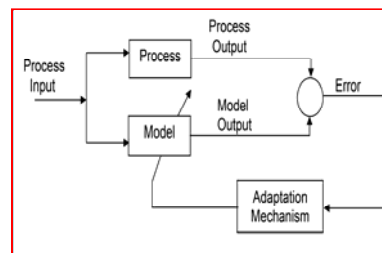
کنترل پیش بین تطبیقی

73

• کنترل پیش بین



کنترل پیش بین تطبیقی



کنترل تطبیقی

74

- مطالعه موردی



- ردیابی ماهواره
- لزوم کنترل آنتن ایستگاه زمینی
- سیستم ردیابی
- ✓ نرم افزار ردیابی
- ✓ کنترل موقعیت آنتن
- استفاده از الگوریتم کنترل پیش بین

75

- روش برنامه ریزی

- ✓ نرم افزار ردیابی (با استفاده از نرم افزار KNTUSAT)
- ✓ کنترل کننده آنتن
- عدم تغییر مرکز ثقل بار در هنگام حرکت آنتن
- استقلال حرکتی محورهاى سمت و ارتفاع

76

• کنترل پیش‌بین آنتن ایستگاه زمینی

✓ موتور محور سمت

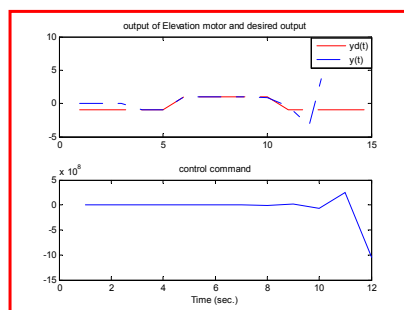
$$y(t) = 1.193y(t-1) - 0.2769y(t-2) + 8.3896 \times 10^{-2}y(t-3) \\ + 4.239 \times 10^{-4}u(t-1) + 3.3022 \times 10^{-4}u(t-2) - 3.8238 \times 10^{-5}u(t-3) + e(t)$$

✓ موتور محور ارتفاع (غیر می نیمم فاز)

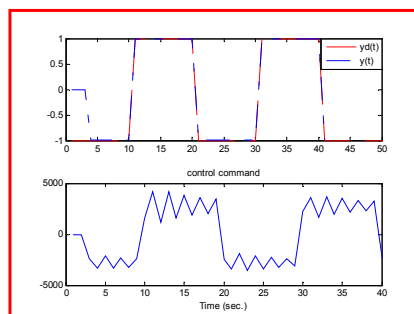
$$y(t) = 0.8248y(t-1) + 0.1756y(t-2) - 4.3261 \times 10^{-3}y(t-3) \\ - 1.9362 \times 10^{-4}u(t-1) - 8.0525 \times 10^{-4}u(t-2) - 0.2263 \times 10^{-4}u(t-3) + e(t)$$

77

• شبیه سازی روش کنترل پیش‌بین با تابع هزینه تک پله‌ای



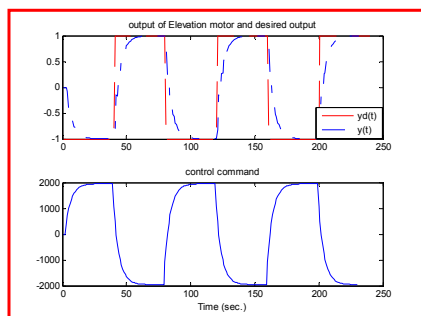
خروجی موتور محور ارتفاع و خروجی مطلوب با روش کنترل یک پله به جلو ب: سیگنال کنترل موتور محور ارتفاع



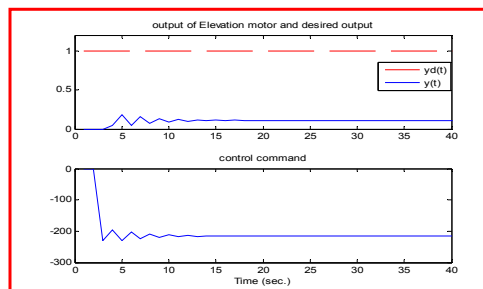
خروجی موتور محور سمت و خروجی مطلوب با روش کنترل یک پله به جلو ب: سیگنال کنترل موتور سمت

78

• شبیه سازی روش کنترل پیش‌بین با تابع هزینه تک پله‌ای



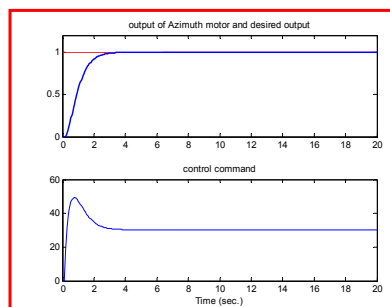
خروجی موتور محور ارتفاع و خروجی مطلوب مربعی
با روش کنترل یک پله به جلو وزن‌دار با فیلتر ورودی،
ب: سیگنال کنترل موتور محور ارتفاع



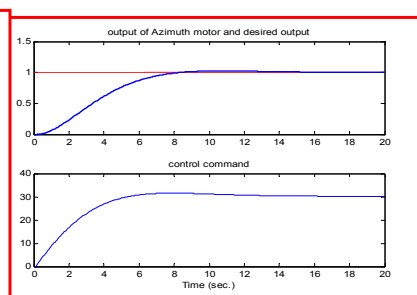
خروجی موتور محور ارتفاع و خروجی مطلوب با
روش کنترل یک پله به جلو وزن‌دار ب: سیگنال
کنترل موتور محور ارتفاع

79

• شبیه سازی روش کنترل پیش‌بین تعمیم یافته



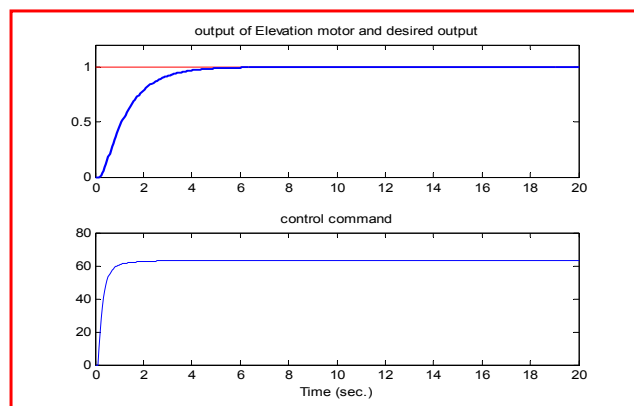
خروجی موتور محور سمت و سیگنال کنترل آن با
 $\delta = 0.08 \quad N_u = 93$



خروجی موتور محور سمت و سیگنال کنترل آن با
 $\delta = 0.01 \quad N_u = 10$

80

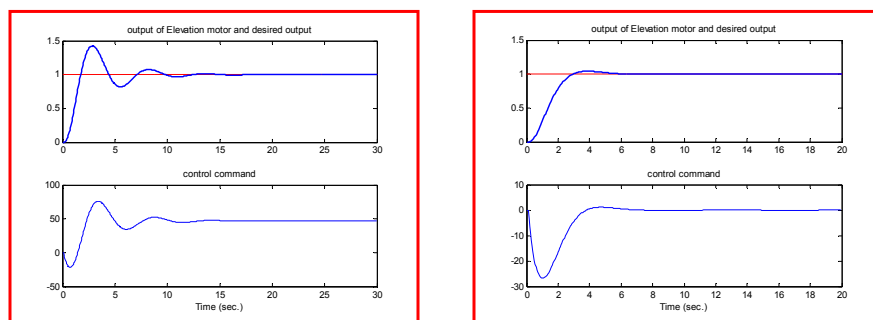
• شبیه سازی روش کنترل پیش بین تعمیم یافته



خروجی موتور محور سمت و سیگنال کنترل آن با $\delta = 0.008$ $N_u = 50$ و نامعینی $\pm 5\%$

81

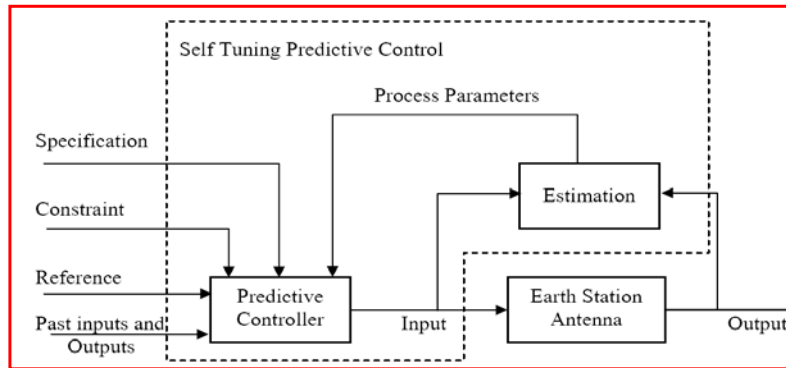
• شبیه سازی روش کنترل پیش بین تعمیم یافته



خروجی موتور محور ارتفاع و سیگنال کنترل آن با $\delta = 0.08$ $N_u = 100$ و نامعینی $\pm 5\%$

82

• کنترل پیش بین تطبیقی



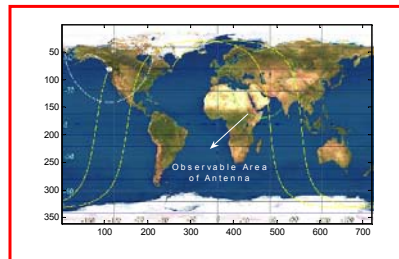
نمای کلی کنترل پیش بین تطبیقی

83

• شبیه سازی روش کنترل پیش بین تطبیقی

✓ نقاط تنظیم با استفاده از نرم افزار KNTUSAT محاسبه شده اند.
✓ Two line element آن عبارتست از:

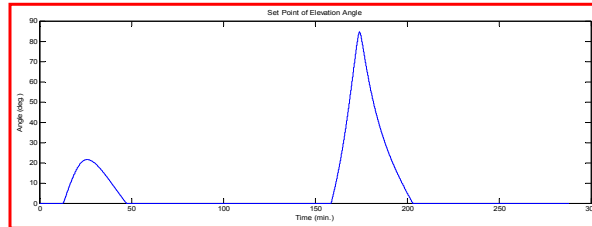
Inclination= 75 degree, Eccentricity=0.2, RAAN=10 degree,
AP=30 degree, MA=15degree, MM=10 ,epoch=
05061.78248675.



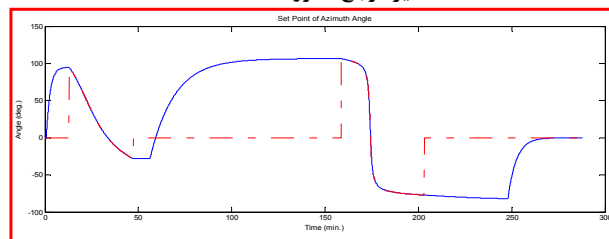
نحوه حرکت ماهواره بر روی نقشه زمین

84

• کنترل پیش بین تطبیقی



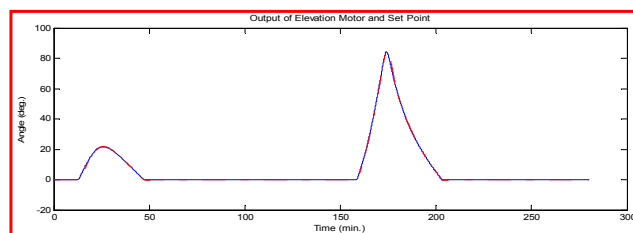
مسیر مرجع محور سمت



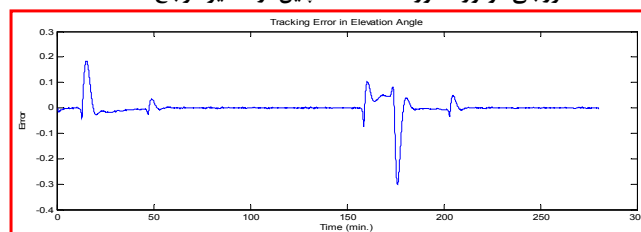
مسیر مرجع محور ارتفاع

85

• کنترل پیش بین تطبیقی



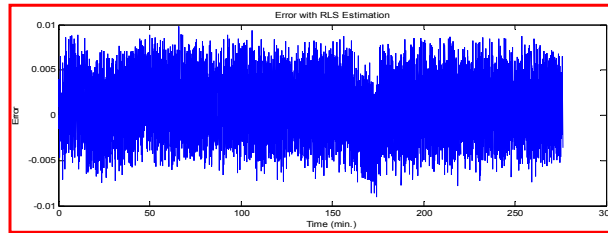
خروجی موتور محور سمت (خط چین) و مسیر مرجع (خط)



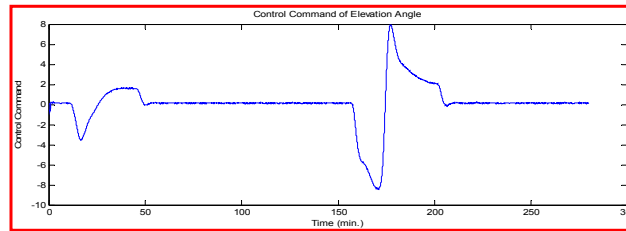
خطای بین خروجی موتور محور سمت و مسیر مرجع

86

• کنترل پیش‌بین تطبیقی



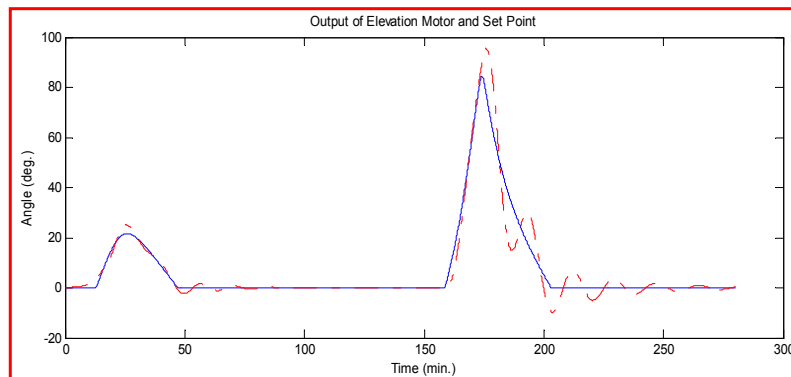
خطای بین خروجی مدل واقعی و خروجی مدل تخمین زده شده در محور سمت



سیگنال کنترل موتور محور سمت

87

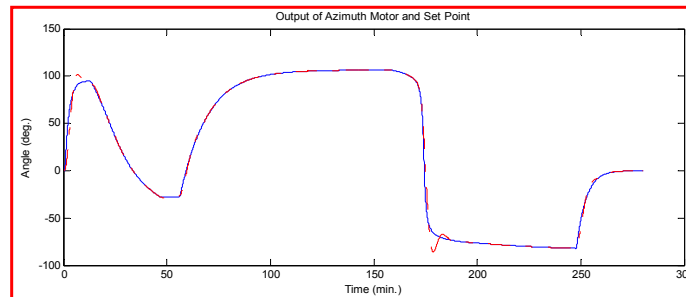
• کنترل پیش‌بین تطبیقی



خروجی موتور محور سمت با افق پیش‌بینی $N_u = 20$ (خط چین) و مسیر مرجع (خط)

88

• کنترل پیش بین تطبیقی

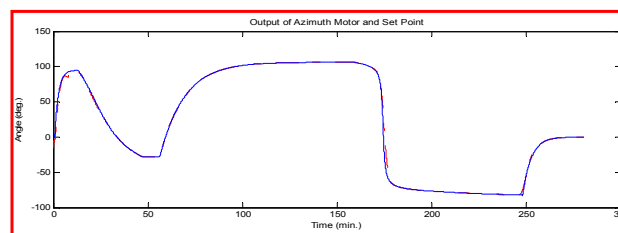


خروجی موتور محور ارتفاع با کنترل پیش بین بدون قید (خط چین) و مسیر مرجع (خط)

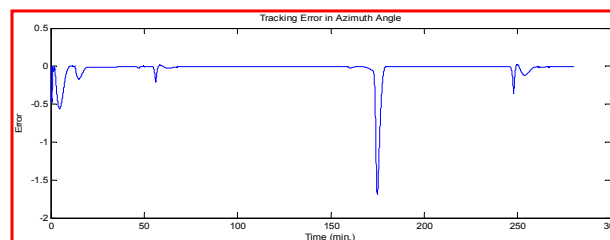
✓ قید بر روی ورودی ✓ قید جهت جلوگیری از under shoot

89

• کنترل پیش بین تطبیقی



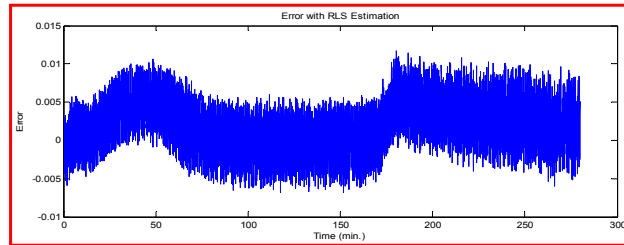
خروجی موتور محور ارتفاع با کنترل پیش بین مقید (خط چین) و مسیر مرجع (خط)



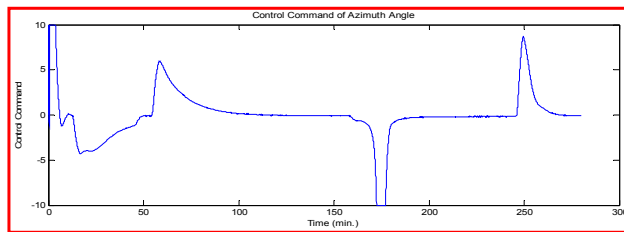
خطای بین خروجی موتور محور ارتفاع و مسیر مرجع

90

• کنترل پیش‌بین تطبیقی



خطای بین خروجی مدل واقعی و خروجی مدل تخمین زده شده در محور ارتفاع



سیگنال کنترل موتور محور ارتفاع

91