

## فهرست

عنوان	صفحه
فصل اول : مقدمه.....	۱
فصل دوم : مروری بر کارهای قبلی	
۱-۲ پیش درآمد.....	۶
۲-۲ تحلیل تئوری میزان جذب انرژی.....	۷
۳-۲ مچالگی محوری لوله های جدار نازک.....	۸
۴-۲ مچالگی محوری قوطی های جدار نازک.....	۱۵
۵-۲ مچالگی قوطی های جداره نازک تحت بارگذاری خمشی.....	۱۹
۶-۲ تحلیل اجزاء محدود مچالگی سازه های جاذب انرژی.....	۲۰
۷-۲ سازه های جاذب انرژی S شکل.....	۲۳
۸-۲ تحقیقات انجام شده بر روی سازه های جاذب انرژی S شکل.....	۲۵
فصل سوم : مدل سازی رفتار سازه کامپوزیتی S شکل	
۱-۳-۱ مقدمه.....	۳۰
۲-۳-۱ مدل سازی اجزاء محدود با استفاده از نرم افزار اجزاء محدود ABAQUS.....	۳۱
۳-۳-۱ مقایسه روشهای ضمنی و صریح در مسایل وابسته به زمان.....	۳۱
۴-۳-۱ ABAQUS در آلمان ها.....	۳۳
۵-۳-۱ اصول ABAQUS.....	۳۸
۶-۳-۱ مدل سازی اجزاء محدود سازه S شکل.....	۳۹
۷-۳-۱ مدل سازی کامپوزیت.....	۴۰
۸-۳-۱ مدل سازی دینامیکی.....	۴۳
۹-۳-۱ نتیجه گیری.....	۴۳
فصل چهارم : شبکه های عصبی GMDH	
۱-۴-۱ مقدمه.....	۵۴
۱-۴-۱-۱ عملکرد مغز.....	۵۴
۲-۴-۱-۲ مدل سازی مغز انسان در کامپیوتر.....	۵۶
۲-۴-۱-۳ مدل اساسی یک نرون.....	۵۹
۳-۴-۱-۴ خصوصیات شبکه های عصبی.....	۶۱
۴-۴-۱-۴ شبکه پرسپترون چندلایه.....	۶۲
۵-۴-۱-۴ شبکه کوهنن.....	۶۳
۶-۴-۱-۴ معرفی الگوریتم شبکه های عصبی از نوع GMDH.....	۶۶
۱-۶-۴-۱ تاریخچه شبکه های عصبی از نوع GMDH.....	۶۷
۲-۶-۴-۱ تشریح ماهیت شبکه های عصبی از نوع GMDH.....	۶۷
۳-۶-۴-۱ الگوریتم GMDH.....	۶۸
۱-۳-۶-۴-۱ مبنای ریاضی الگوریتم GMDH.....	۶۸
۲-۳-۶-۴-۱ معرفی الگوریتم GMDH بر اساس تئوری و آنالیز مدل سازی سیستم ها.....	۷۰

- ۷-۴- مدلسازی سیستم های جزئی ..... ۷۳
- ۸-۴- شبکه های عصبی GMDH ..... ۷۹
- ۱-۸-۴- ویژگی های عمومی شبکه های GMDH ..... ۷۹
- ۹-۴- طراحی ساختارهای گوناگون برای شبکه های GMDH ..... ۸۰
- ۱-۹-۴- مِتد اول: طرح ساختار شکل گرفته براساس افزایش فشار انتخاب (I.S.P) ..... ۸۱
- ۲-۹-۴- متد دوم: طرح ساختار از پیش تعیین شده (P.S.D) ..... ۸۳
- ۳-۹-۴- متد سوم: طراحی تکاملی ساختار شبکه عصبی (ED) ..... ۸۴
- ۱۰-۴- نتیجه گیری ..... ۸۴

فصل پنجم: نتیجه گیری

- ۱-۵ طرح مساله ..... ۸۷
- ۲-۵ ایجاد داده های آموزشی ..... ۸۷
- ۱-۲-۵ مدل شبکه عصبی انرژی جذب شده برحسب  $\alpha, C, n, \theta$  ..... ۸۸
- ۲-۲-۵ مدل شبکه عصبی نیروی بیشینه تخریب برحسب  $\alpha, C, n, \theta$  ..... ۹۰
- منابع ..... ۹۳

## چکیده

سازه جدار نازک S شکل با مقطع مستطیلی را می‌توان به عنوان یک ساده سازی از نرده پائین قسمت جلوی شاسی خودرو در نظر گرفت. متغیرهای هندسی این سازه در مبحث جذب انرژی، نیروی بیشینه ی تخریب و ضریب مچالگی بسیار مهم می‌باشند. از جمله این متغیرها می‌توان به طول و عرض سازه، شعاع و زاویه کمان، عرض و ضخامت سطح مقطع اشاره نمود، علاوه بر متغیرهای هندسی سازه، متغیرهای مربوط به CFRP مانند زاویه الیاف، تعداد لایه‌ها و ... می‌تواند تاثیر بسزایی در عملکرد سازه ی ما داشته باشد.

اولین هدف این پروژه مطالعه پارامتریک بر روی سازه ی کامپوزیتی S شکل می‌باشد. با در نظر گرفتن چهار متغیر ورودی شامل زاویه کمان و عرض سطح مقطع، تعداد و زاویه الیاف CFRP، ۴۹ مدل مختلف این سازه را در نرم افزار ABAQUS مدل سازی می‌کنیم. برای این مساله تحلیل دینامیکی مدنظر می‌باشد و برای هر سازه مقدار سرعت بعد از ۰.۰۴ ثانیه، مقدار جذب انرژی، نیروی بیشینه ی تخریب و وزن سازه را محاسبه می‌کنیم و در انتها جدولی برای تمامی مدل‌ها بر اساس ورودی‌های مذکور و خروجی‌ها تهیه می‌کنیم. با استفاده از جدول و نمودارهای رسم شده می‌توان تاثیر هر یک از متغیرهای ورودی را بر هر یک از توابع هدف بررسی کرد. در مقایسه این مدل با مدل‌های مشابه دیگر محققان به این نتیجه می‌توان رسید که سازه کامپوزیتی S شکل ارائه شده در این پروژه در مبحث ضربه پذیری موفق تر از سازه‌های دیگر می‌باشد در ضمن با در نظر گرفتن جنس کامپوزیت برای سازه مقدار جذب انرژی افزایش و وزن سازه کاهش می‌یابد که میتواند ایده ای نو برای گروه خودرو سازی باشد.

بدست آوردن دو تابع چندجمله‌ای که به ترتیب با دریافت متغیرهای طراحی سازه S شکل بعنوان ورودی، میزان سرعت نهایی و مقدار انرژی جذب شده و بیشینه نیروی وارده را بر می‌گرداند، هدف اصلی این پروژه می‌باشد. این چندجمله‌ای‌ها که در مقایسه با مدل اجزاء محدود بسیار سریعتر خواهد بود، می‌تواند پاسخگوی محاسبات پر حجم مربوطه باشد. برای بدست آوردن این تابع از رهیافت شبکه‌های عصبی بهره می‌گیریم که با توانایی تشخیص الگوی میان ورودی و خروجی می‌توانند راهگشا باشند. شبکه عصبی نوع GMDH می‌تواند پس از گذراندن آموزش، رابطه‌ی بین ورودی و خروجی را بصورت یک چندجمله‌ای

حدس بزند. دقت چندجمله‌ای بدست‌آمده، به ساختار شبکه و کیفیت آموزش بستگی دارد. برای آموزش شبکه عصبی از مدل اجزاء محدود ایجاد شده در مرحله قبل بهره می‌گیریم.

فصل اول :

# مقدمه

در سالهای اخیر ایمنی خودروها توجه عموم را بخود جلب کرده و تحقیقات دانشگاهی و صنعتی بی-شماری را به خود اختصاص داده است. همراه با توسعه جوامع، مردم خواهان ایمنی بیشتر و مصرف سوخت کمتر در خودروها هستند. این امر مستلزم بهبود خواص جذب انرژی قطعات در هنگام تصادف و کاهش وزن قطعات خودرو است. علاوه بر آن، لازم است به این نکته نیز توجه شود که آیا سرنشین می‌تواند نیروی حاصل از ضربه را تحمل کند؛ به بیان دیگر بزرگی قله یا بیشترین نیروی ضربه در برخورد بر حسب تغییر شکل محوری که میزان کاهش سرعت را تعیین می‌کند و مقدار معیار بحرانی ضربه به سر، باید برای سرنشین قابل تحمل باشد. سبکی و خواص جذب انرژی بدنه خودرو از طریق بهبود ساختار یا تعویض ماده مورد استفاده، بدست می‌آید. مطالعات انجام شده نشان می‌دهد که تعویض ماده اولیه بیشتر از بهبود ساختار در خواص جذب انرژی و سبکی خودرو، موثر واقع می‌شود. طراحی، محاسبه و تست سبکی و جذب انرژی قطعات جلویی خودرو در دو دهه اخیر بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. از جمله از این قطعات می‌توان به جاذب های انرژی بکار رفته در جلو خودرو اشاره نمود.

توسعه و تحلیل سازه های جاذب انرژی یکی از مباحث مهم مطرح شده در زمینه مکانیک ضربه می باشد و یک مثال رایج مطرح شده در این زمینه ، بررسی یک جاذب انرژی است که در اثر برخورد یک جسم ضربه زننده تحت بار ضربه ای قرار می گیرد . در تحلیل و بررسی ضربه در جاذب های انرژی ، باید ماهیت نوع بار گذاری و پاسخ جاذب بررسی گردد. از لحاظ دسترسی به منابع اطلاعات در زمینه مکانیک ضربه ، کمبود منابع در مورد تئوری جاذب های انرژی مشهود می باشد ولی بطور کلی در مورد مباحث ضربه پذیری سازه ها ، مقالات چاپ شده در مجلات ، منابع با ارزشی هستند که در زمینه های تجربی ، تئوری و اخیرا اجزای محدود کامپیوتری ، در مورد بارگذاری ضربه ای بر روی جاذب های انرژی ارائه شده اند.

علاوه بر نوع و شکل سازه ماده در نظر گرفته شده نیز بسیار حائز اهمیت می باشد. کامپوزیتها رده ای از مواد پیشرفته هستند که در آنها از ترکیب مواد ساده به منظور ایجاد موادی جدید با خواص مکانیکی و فیزیکی برتر استفاده شده است. اجزای تشکیل دهنده ویژگی خود را حفظ کرده در یکدیگر حل نشده و با هم

ممزوج نمی شوند. امروزه سازه های کامپوزیتی بطور گسترده ای در صنایع بکار برده می شود. از جمله از خواص کامپوزیت ها می توان به موارد زیر اشاره نمود:

وزن مخصوص کم- پایداری حرارتی خوب- توانایی بالا در جذب انرژی ها- ظرفیت دمپینگ بالا- سهولت در تولید- مقاومت خستگی خوب مقاومت مکانیکی بالا- مقاومت شیمیایی (ضد خوردگی)- صافی سطح- سبکی و سهولت در نصب- حمل آسان- کاهش هزینه های پمپاژ- عدم نیاز به حفاظت کاتدیک- طول عمر مفید بسیار بالا- بهداشتی بودن- مقاومت خوب دمایی- عدم تخریب در مقابل اشعه ماوراء بنفش- عدم نیاز به پوششهای مختلف می باشند.

تعیین ضربه پذیری (Crashworthiness) کامپوزیت ها نیاز به تست مواد و ساخت های مختلف در نرخ کرنش های زیاد، کرنش های پلاستیک زیاد، و تغییر مکانهای زیاد که از خصوصیات ضربه های واقعی هستند، دارد. از آزمایشات معمول برای تست ضربه پذیری (یا قابلیت لهیدگی) مواد، له کردن لوله هایی با مقاطع دایره یا مستطیل است. بخاطر رسیدن به ترکیب سرعت و نیروی نسبتاً بالا برای انجام له شدگی تصاعدی و موفق، از دستگاہهایی بر مبنای اینرسی (دوران سریع و فشار بین دو سطح تماس) از قبیل drop tower و impact sled استفاده می شود. به عنوان مثال در drop tower (برجک سقوط)، ارتفاع سقوط و جرم ماده، برای رسیدن به نیروی لهیدگی مورد نظر تنظیم می شود. اما محدودیتهای عملی برای جرم و سرعتی که در این تست بکار می رود، وجود دارد. انرژی جنبشی ضربه باید به اندازه ای باشد، که در تغییر شکل نمونه و نگهدارنده ها مصرف شده و به دستگاہ آزمایش آسیبی نرساند. عملاً نوسانات و ارتعاشات ماده در حال سقوط قابل حذف نیست و نیروهای جنبی به آسانی قابل اندازه گیری و کنترل نیستند. سرعت ضربه نمی تواند ثابت بماند و به تدریج از لحظه شروع ضربه کاهش می یابد.

شبکه های عصبی مصنوعی (یا به اختصار شبکه های عصبی) ابزارهای قدرتمندی هستند که از دانش کنونی ما راجع به شبکه های عصبی جانداران نشأت می گیرند. در شبکه های عصبی هدف آن است که با استفاده از تعداد زیادی عناصر محاسباتی ساده که با حجم زیادی از اتصالات به یکدیگر مربوط شده اند کارایی و عملکرد مورد نظر بدست آید. شبکه های عصبی که از انواع پردازشگرهای موازی می باشند قابلیت های فراوانی در

پردازش و طبقه‌بندی اطلاعات دارند. در تمام این کاربردها آنچه مورد نیاز است ظرفیت بسیار بالای محاسباتی است که جز از طریق پردازش موازی بدست نخواهد آمد. برخلاف اکثر کامپیوترهای متداول که در آنها مجموعه‌ای از دستورات به طور متوالی اجرا می‌شود ماهیت ذاتی شبکه‌های عصبی این است که اطلاعات را در شبکه‌هایی از عناصر محاسباتی که با اتصالاتی به یکدیگر مربوط هستند به طور موازی و همزمان پردازش می‌کند، این مسأله باعث افزایش سرعت محاسبات شبکه‌های عصبی شده است و همین قابلیت مهم شبکه‌های عصبی باعث بکارگیری آنها در حل مسائل مختلف به صورت همزمان شده است.



فصل دوم :

## مبانی نظری و پیشینه تحقیق

## ۲-۱- پیش در آمد

پیشرفتهای تکنولوژی باعث افزایش قدرت سیستمهای محرک همچنین سرعت اجزاء مختلف و در نتیجه افزایش احتمال اتفاقات ناگوار و صدمه زدن به طبیعت و محیط زیست شده است. هر لحظه در هر بخش از صنعت، احتمال آزاد شدن مقداری از انرژی به صورت ناخواسته وجود دارد. به عنوان مثال احتمال آزاد شدن انرژی یک دیگ بخار، یک نیروگاه هسته‌ای، یا احتمال برخورد وسائل نقلیه و ... افزایش تعداد وسائل نقلیه همچنین تنوع و افزایش سرعت آنها امروزه باعث انجام تصادفاتی است که صدماتی جدی‌تر از گذشته به انسان وارد می‌کند. از اینرو طراحی سازه‌هایی که بتوانند انرژی‌های آزاد شده ی ناخواسته را به صورت برگشت‌ناپذیر و بدون تاثیر مخرب بر روی محیط زیست اتلاف کنند از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

سازه های جدار نازک<sup>۱</sup> یکی از انواع جاذب‌های انرژی<sup>۲</sup> هستند که کاربرد وسیعی پیدا کرده‌اند. این نوع سازه‌ها تحت بار اعمالی تغییر شکل‌های پلاستیک بزرگی را تحمل نموده و در نتیجه انرژی بسیاری جذب می‌کنند. رفتار این نوع سازه‌ها تحت انواع مختلف بارگذاری در سالهای متمادی مورد بررسی قرار گرفته‌است. رفتار پلاستیک المانهایی همچون لوله جدار نازک، قوطی جدارنازک، پوسته کروی، فروستا و ... موضوع بسیاری از تحقیقات در چهار دهه قبل بوده است [۱-۳]. محققان مختلفی، رفتار مچالگی لوله‌ها و قوطی‌های جدار نازک تحت بارگذاری محوری شبه‌استاتیکی و دینامیکی را بررسی نموده‌اند [۴ و ۵].

وزن و حجم کم، در دسترس بودن و صرفه اقتصادی مزیت‌هایی است که سبب شده تا تحقیقات برای استفاده از سازه‌های جدارنازک و در جهت بهینه‌سازی آن‌ها، همچنان مستمر باشد. در این میان طراحی، محاسبه و انجام آزمایش بر روی قطعات سبک و جاذب انرژی در قسمت جلوی خودرو، موضوع بسیاری از مطالعات انجام شده در دو دهه‌ی قبل بوده است.

<sup>1</sup> - Thin – walled structures

<sup>2</sup> - Energy absorbers

مطالعات این رساله بر روی یک سازه جدار نازک S شکل<sup>۱</sup> که می‌توان آن را به عنوان شکل ساده‌ای از انتهای جلوی سر شاسی یک خودرو در نظر گرفت، متمرکز شده‌است. این رساله می‌کوشد تا با انجام مدل‌سازی عددی بدست آوردن متا مدل با استفاده از شبکه‌های عصبی با بکارگیری روش‌هایی که در ادامه معرفی می‌شوند رفتار مچالگی این نوع سازه‌ها را بررسی نمود.

## ۲-۲- تحلیل تئوری میزان جذب انرژی

بسیاری از تحقیقات انجام شده بر روی سازه‌های جدارنازک، به تحلیل تئوری رفتار مچالگی و میزان جذب انرژی آنها پرداخته‌اند. تقریباً در تمام این تحقیقات که در ادامه به آنها اشاره خواهد شد از روش انرژی<sup>۲</sup> و تئوری حد بالا<sup>۳</sup> به عنوان روش تحلیل رفتار سازه استفاده شده است. تئوریهای حد پلاستیسیته برای بدست آوردن روابط نیرو- تغییر شکل برای سازه‌های کاملاً پلاستیک که تحت شکل دلخواهی از بارگذاری قراردارند استفاده می‌شوند. در ادامه به معرفی اجمالی روشهای مذکور پرداخته شده است.

### تئوری حد پائین<sup>۴</sup>:

اگر سیستمی از بارهای داخلی که در حال تعادل با بارگذاری خارجی باشد به گونه‌ای که هیچ نقطه‌ای از سازه به تسلیم نرسیده باشد بتوان یافت آنگاه سازه دچار فروریختگی نخواهد شد و یا اینکه در آستانه فروریختگی خواهد بود.

### تئوری حد بالا<sup>۵</sup>:

اگر نرخ کار انجام شده توسط یک سیستم نیروی اعمالی در یک مکانیزم فروریختگی برابر باشد با نرخ انرژی داخلی اتلاف شده، آنگاه این سیستم از نیروهای اعمالی باعث فروریختگی سازه و یا رسیدن سازه به آستانه فروریختگی می‌شود.

### روش انرژی:

<sup>1</sup> - Thin walled S-shape structure

<sup>2</sup> - Energy Method

<sup>3</sup> - Upper bound theorems

<sup>4</sup> - Lower bound theorems

<sup>5</sup> - Upper bound theorems

در تحلیل مکانیزم تغییر شکل و ظرفیت جذب انرژی سازه‌های مختلف، روش انرژی یک ابزار قدرتمند است و به صورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای یک سازه الاستیک - پلاستیک شکل کلی روش انرژی به صورت زیر است:

$$E_{in} = W^e + D$$

که در آن  $E_{in}$  و  $W^e$  و  $D$  به ترتیب انرژی ورودی (مانند کار خارجی)، انرژی تغییر شکل الاستیک که در سازه ذخیره شده و انرژی پلاستیک که اتلاف شده، می‌باشند. در مواردی که تغییر شکل‌های الاستیک سازه نسبت به تغییر شکل پلاستیک بسیار کوچک هستند و سازه را می‌توان به صورت کاملاً پلاستیک در نظر گرفت می‌توان از  $W^e$  صرف‌نظر نمود.

با در نظر گرفتن مکانیزم فروریختگی سازه و بردارهای سرعت و جابجایی مطابق با تئوری حد بالا می‌توان حد بالای بارهای فروریختگی سازه را با استفاده از رابطه انرژی بدست آورد.

$$\dot{E}_{in} = \dot{D}$$

به صورتیکه کار خارجی  $E_{in}$  یا نرخ کار خارجی، تابع بار خارجی  $P$  باشند، حل معادلات حاصل، حد بالای بار فروریختگی را نتیجه می‌دهد.

## ۲-۳ - مجالگی محوری لوله‌های جدار نازک<sup>۱</sup>

Timoshenco و Gere [ ۶ ] مود های تغییر شکل لوله جدار نازک تحت بار محوری را ارائه کرده‌اند. آنها در مقاله‌ی خود بیان نمودند که اگر نسبت قطر لوله به ضخامت دیواره لوله  $(D/h)$  کوچک باشد، مود تغییر شکل متقارن محوری که اصطلاحاً شکل مود رینگی<sup>۲</sup> یا کانسرتینا<sup>۳</sup> نامیده می‌شود، اتفاق می‌افتد و برای مقادیر بزرگ  $(D/h)$  شکل مود غیر متقارن که اصطلاحاً شکل مود لوزوی<sup>۴</sup> نامیده می‌شود اتفاق خواهد افتاد. برای حالات خاصی از  $(D/h)$  احتمال دارد که فروریختگی لوله به شکل رینگی آغاز شود اما پس از

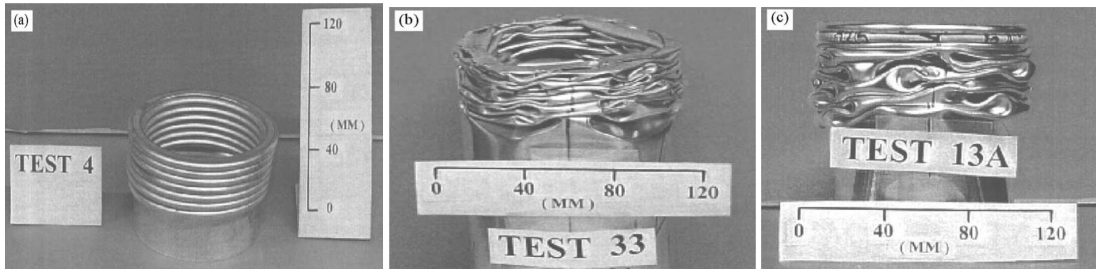
<sup>1</sup> - Axial crushing of circular tubes

<sup>2</sup> - Ring mode

<sup>3</sup> - Concertina mode

<sup>4</sup> - Diamond mode

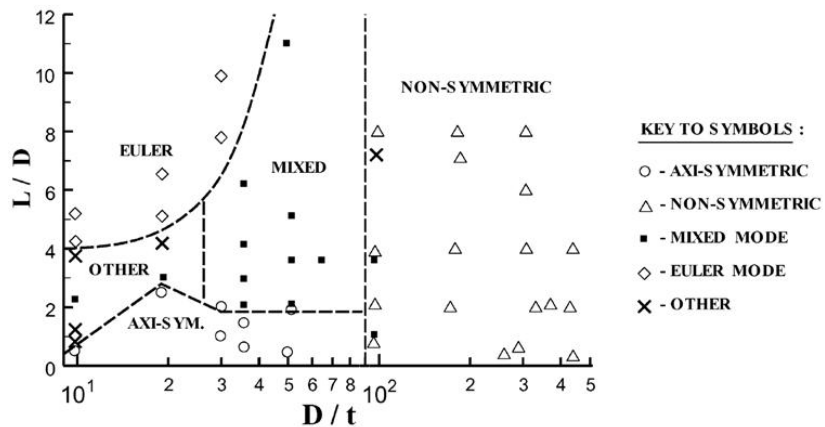
چند چین خوردگی<sup>۱</sup> شکل مود لوزی اتفاق بیفتد به این حالت، شکل مود درهم<sup>۲</sup> گفته می‌شود. در شکل (۱-۲) مثال‌هایی از شکل مود های فوق نمایش داده شده است.



(الف) شکل مود رینگی (ب) شکل مود لوزی (ج) شکل مود درهم

### شکل ۲-۱- مودهای تغییر شکل لوله جدار نازک تحت بار محوری

با انجام آزمایشات بسیار بر روی لوله‌های جدار نازک با ابعاد هندسی مختلف می‌توان نمودارهایی برای دسته‌بندی مودهای تغییر شکل لوله‌ی جدار نازک با یک ماده‌ی مشخص ارائه کرد [۷]. (شکل ۲-۲) چنین نموداری را برای لوله جدار نازک از جنس آلومینیوم ارائه کرده است [۸].

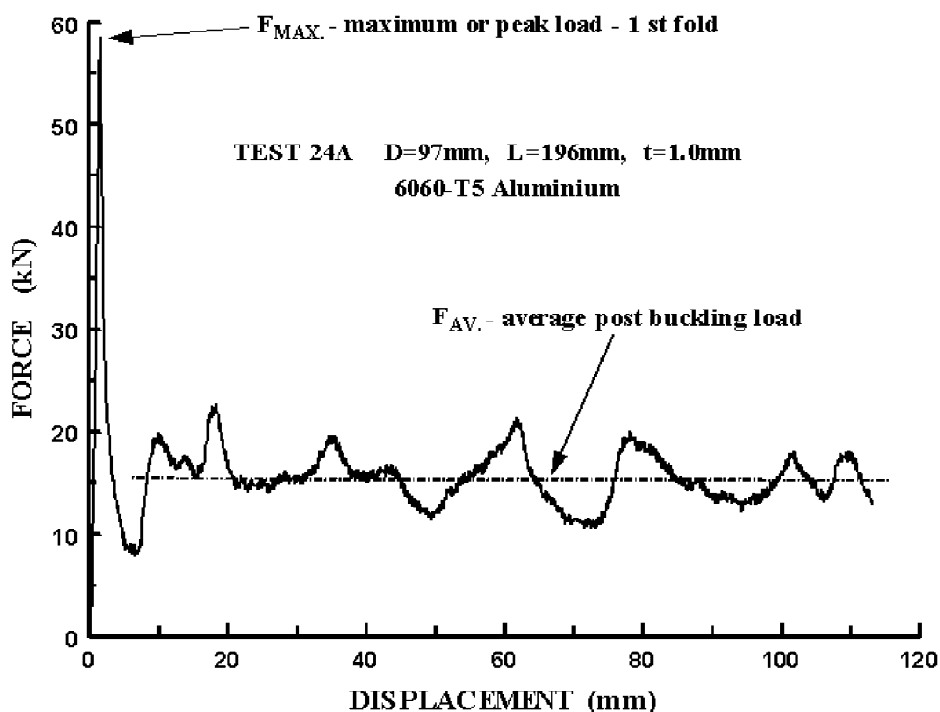


شکل ۲-۲ نمودار دسته‌بندی شکل مودها برای لوله جدار نازک آلومینیومی [۸]

همانطور که در این شکل نیز مشخص است، شکل مود لوزی هنگامی اتفاق می‌افتد که مقدار  $(D/h)$  از ۸۰ بزرگتر باشد. در  $(D/h)$  کوچکتر از ۵۰، برای  $L/h$  کوچکتر از ۲ شکل مود رینگی و برای  $L/h$  بزرگتر از ۲ شکل مود درهم اتفاق می‌افتد.

<sup>۱</sup> - Folding  
<sup>۲</sup> - Mixed mode

نمودار نیرو-جابجایی، برای لوله جدار نازک آلومینیومی با قطر  $D=97\text{ mm}$ ، طول  $L=196\text{ mm}$  و ضخامت  $h=1.0\text{ mm}$  در شکل (۳-۲) نمایش داده شده است. این لوله به صورت متقارن محوری (رینگی) تغییر شکل می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است نیرو به یک مقدار ماکزیمم اولیه رسیده، سپس افت نموده و بعد از آن یک حالت نوسانی در تغییرات نیرو اتفاق می‌افتد. مقدار ماکزیمم اولیه نیرو بیانگر اولین چین خوردگی و مقادیر نوسانی بعدی بیانگر چین خوردگی های بعدی هستند به این صورت که هر مقدار ماکزیمم نیرو بیانگر یک چین خوردگی است. میزان انرژی جذب شده در فرایند تغییر شکل لوله، به سادگی از محاسبه‌ی سطح زیر منحنی قابل محاسبه است. در موارد کاربردی می‌توان از میانگین نیروی مچالگی به عنوان مقداری که بیانگر میزان انرژی جذب شده است استفاده کرد. نمودار نیرو-جابجایی در شکل مود غیر متقارن (لوزوی) نیز رفتاری مشابه شکل مود متقارن دارد.

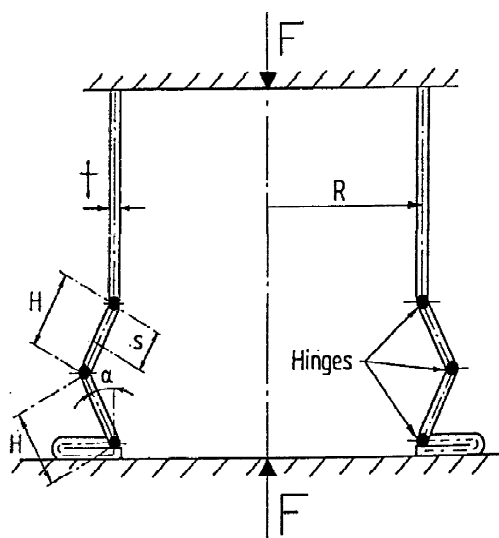


شکل ۳-۲- نمودار نیرو-جابجایی برای لوله جدار نازک [۸]

Alexander [۹]، برای بدست آوردن متوسط نیروی مچالگی<sup>۱</sup> در تغییر شکل رینگی یک لوله‌ی جدار نازک، مکانیزم تغییر شکل لوله را مطابق شکل (۲-۴) در نظر گرفت و با برابر قراردادن کار نیروی خارجی با انرژی اتلاف شده در لولاهای پلاستیک خمشی، همچنین انرژی اتلاف شده در کشش دیواره در بین لولاها، متوسط نیروی مچالگی را مطابق رابطه‌ی زیر بدست آورد.

$$P_m = 6Yh\sqrt{Dh} \quad (۱-۲)$$

که در آن  $Y$ ، تنش تسلیم،  $D$  قطر لوله و  $h$  ضخامت جداره لوله می‌باشد.



شکل ۲-۴- مکانیزم تغییر شکل متقارن محوری لوله جدارنازک مطابق فرض الکساندر

پس از الکساندر افراد مختلفی مکانیزم‌های تغییر شکل دیگری ارائه نموده و روابط جدیدی برای متوسط نیروی مچالگی بدست آوردند. Johnson [۱۰]، عبارت مربوط به جذب انرژی در بخشی از دیواره که در بین لوله‌ها در حالت کشش قرار می‌گیرد را با فرض اینکه کرنش محیطی در طول چین خوردگی‌ها تغییر می‌کند اصلاح نمود. همچنین Johnson فرض نمود که چین خوردگی‌ها به جای آنکه مطابق فرض الکساندر به

<sup>۱</sup> - Mean crushing load